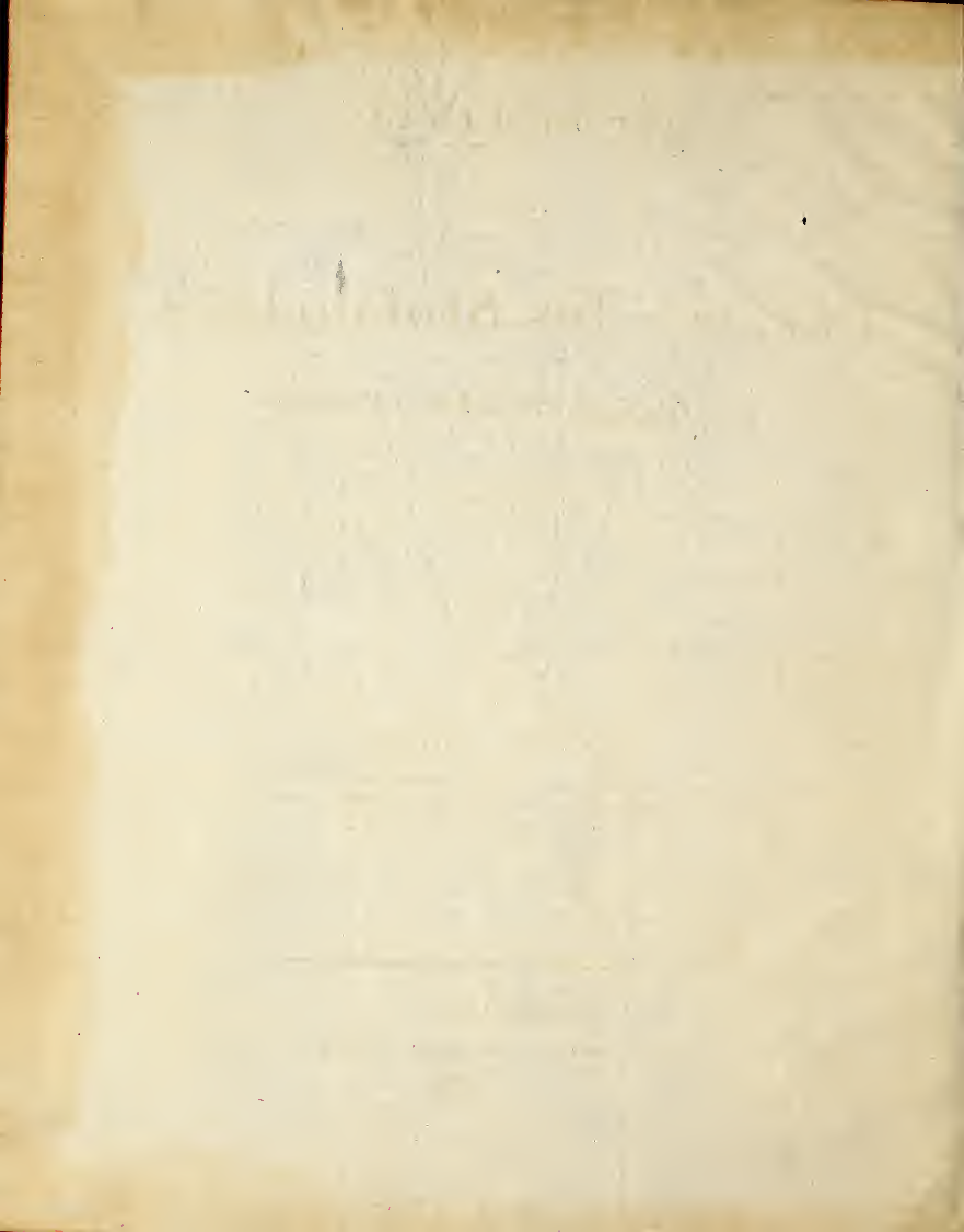


E F Wrede

Theorie des hydraulischen Stoss-Hebers

Berlin 1815



Grundrifs

einer

Theorie des Stofshebers,

nach Mafsgabe der höhern Mechanik

entworfen

von

Ernst Friedrich Wrede,

Königlich Preufsischem Professor der Philosophie und ordentlichem öffentlichen Lehrer der mathematischen Wissenschaften auf der Alberts-Universität zu Königsberg, Mitgliede mehrerer gelehrter Gesellschaften.

Berlin 1815.

Societäts-Buchhandlung.

Sr. Excellenz

dem Königlich Preufsischen Geheimen Staats-Minister
und Minister des Innern,

Freyherrn von Schuckmann,

Ritter des rothen Adler-Ordens dritter Klasse
u. s. w. u. s. w.

widmet

die gegenwärtige Schrift,

als einen geringen Beweis

seiner

ehrerbietigsten Hochachtung und Ergebenheit,

der Verfasser.

V o r r e d e.

Das Aufsehen, welches der Stoſsheber anfangs erregte, und die besondere Aufmerksamkeit, welche ihm nicht nur einzelne Gelehrte, sondern auch verschiedene gelehrte Gesellschaften schenkten, indem diese letzteren ansehnliche Preise zur Bearbeitung seiner Theorie aussetzten, lieſs eine baldige Vollendung derselben erwarten. Es sind aber diese Erwartungen bisher nicht erfüllt worden, sondern es ist hier noch eine kleine Lücke in der mathematischen Literatur geblieben. Um geübteren Analysten eine neue Veranlassung zu geben, diese Lücke auszufüllen, entschloſs sich der Verfasser gegenwärtiger Abhandlung, sie dem gelehrten Publicum in derjenigen Gestalt vorzulegen, welche sie bey Gelegenheit seiner hiesigen öffentlichen Vorträge über höhere Mechanik erhalten hat. Sie ist keine vollständige Theorie der oben genannten Wasserhebungs-Maschine, wohl aber ein geordneter Entwurf zu einer solchen. Die Entwickelung der hier aufgestellten Lehrsätze ging übrigens, wie der Titel dieser Schrift andeuten soll, mehrentheils von den allgemeinen Grundlehren der höhern Mechanik und von der Hydraulik aus; und es wurden die Erfahrungen, welche durch die mit dem Stoſsheber angestellten Versuche gemacht worden sind, gleichsam als nicht vorhanden betrachtet. Dies geschah in der Absicht, um zu sehen, wohin der auf die gegenwärtige Hydrodynamik allein sich stützende Kalkul führen würde, wenn man ihm freyen Lauf lieſs. Denn es kann ohne Zweifel dem Liebhaber der analytischen Mechanik nicht wenig daran gelegen seyn, zu wissen, was er in ihrem Gebiet von rein theoretischen Voraussetzungen erwarten dürfe, und was nicht, wenn die Aufgaben so verwickelt sind, wie sie bey dem gegenwärtigen Gegenstande unvermeidlich werden muſsten. Die Berücksichtigung so vieler Nebenbedingungen, welche auf die Rechnungsresultate einen wesentlichen Einfluſs hatten, verstattete hier nicht diejenige gefällige und niedliche Form der Ausdrücke, denen man in Schriften dieser Art gewöhnlich das Lob zu ertheilen pflegt, daſs sie nett und

elegant seyen. Auf dieses Lob mufste hier entweder Verzicht geleistet, oder manches aus der Acht gelassen werden, wovon doch die Ausführlichkeit der Rechnung offenbar abhing. Dafs dieser letztern vor jener der Vorzug eingeräumt werden müfste, war ganz einleuchtend. Aber dessen ungeachtet sind die hier gefundenen Ausdrücke blofse Annäherungsformeln geworden, und einige derselben, z. B. im §. 9, 13, 14, 19, *zur Berechnung der Nutzwirkung gar nicht einmal brauchbar, sondern blofs beybehalten, um theils die im Folgenden gewählte Verbindung entgegenwirkender Kräfte und die geschehene Vertauschung stellvertretender Gröfsen zu rechtfertigen, theils die äufserst schwierigen Aufgaben des fünften Abschnitts einigermafsen zu lösen. Jedoch weichen die gefundenen theoretischen Resultate von der Erfahrung nicht so sehr ab, dafs man sie ansehen müfste, als wären sie mit ihr im Widerstreite befangen. Zum Theil schreibt sich diese Abweichung her von der unregelmäfsigen Beschleunigung des ausfliefsenden Wassers, zum Theil aber auch von den hydraulischen Coefficienten für seine Adhäsion und Ablenkung im Innern der Maschine. An eine völlige Übereinstimmung der Theorie mit der Erfahrung läfst sich hier kaum glauben, wenn auch durch neue Versuche über das unterbrochene Ausströmen des Wassers, zu welchen der Stofsheber selbst würde dienen können, richtigere Coefficienten ausgemittelt worden wären. Denn die Unregelmäfsigkeit der beschleunigten Bewegung des Stofswassers wächst unläugbar in demselben Maafse, in welchem die beweglichen Theile dieser hydraulischen Maschine, namentlich die Scheiben und Klappen der Ventile, vergröfsert werden. Aus diesem Grunde würde es wohl nicht einmal rathsam seyn, dem Stofsheber beym wirklichen Gebrauch solche Abmessungen zu geben, dafs sie die gröfsten, welche in Berlin bey den sehr schätzbaren Eytelwein'schen Versuchen angewandt worden sind, noch bedeutend übertreffen. Doch dies ist eine Frage, über welche zukünftige Versuche mit mehr Bestimmtheit entscheiden müssen.*

Geschrieben zu Königsberg im April 1815

vom Verfasser.

Erster Abschnitt.

Vorläufige Bemerkungen.

§. 1.

Die Theorie einer Maschine kann zu einem gedoppelten Zwecke dienen, einmal zur Bestimmung der Gröfse ihrer Nutzwirkung, wenn die Kraft mit den Bedingungen gegeben ist, unter denen sie wirkt; und fürs zweite, zur Bestimmung der gegenseitigen Verhältnisse aller mechanischen Theile, damit eine gröfstmögliche Nutzwirkung hervorgebracht werde. Aus diesem zweiten Gesichtspunkte betrachtet, ist die Theorie vollständiger, als in jenem ersteren Fall, wo die Zusammensetzung der Maschine theils dem bloſsen Gutdünken, theils der ungewissen Nachahmung einer schon vorhandenen, wer weiſs guten oder schlechten ihrer Art, oder auch wohl gar dem noch ungewisseren Ungefähr überlassen bleibt.

Eine vollständige Theorie einer Maschine liefern, heiſst also: nicht nur ihre ganze Wirkungsart nach allgemeinen Grundsätzen der Mechanik hinreichend erklären, und richtige Vorschriften entwerfen, mit Hülfe deren sich berechnen läſst, was durch sie, vermittelst einer gegebenen Kraft, in einer gewissen Zeit geleistet werden kann; sondern auch die mechanischen Verhältnisse ihrer wesentlichen Theile so bestimmen, daſs davon, in jedem besondern Fall, eine gröfstmögliche Nutzwirkung erwartet werden dürfe.

Wiefern der Stoſsheber eine vollständige Theorie verstatte, das muſs sich aus den Untersuchungen selbst ergeben, welche, wie hier, jener voran zu schicken sind. Zwar gehört dieser hydraulische Heber zu denjenigen Werkzeugen, deren Zusammensetzung und Wirkungsart im Ganzen ziemlich

einfach ist. Er bringt aber desto mehr Schwierigkeiten in den Kalkul, je mehr man ins Einzelne geht, und die untergeordneten dynamischen Verhältnisse nicht nur zu zergliedern, sondern auch unter Gesetze zu bringen bemüht ist. Denn es kommen hier Gröſsen in Anschlag, die entweder gar nicht, oder doch nicht genau gemessen, und gleichwohl nicht vernachlässigt werden können, wenn die allgemeinen Formeln hin und wieder ein Rechnungsresultat geben sollen, vermittelst dessen sich versuchen läſst, ob die Theorie vielleicht gar zu sehr von der Erfahrung abweiche.

§. 2.

An einer zuverlässigen Geschichte dieses hydraulischen Hebers fehlt es bis jetzt. Unvollständige Nachrichten finden sich im *Journal de Paris* vom 20. Jan. 1798; im *Journal des Mines* Bd. 2 und 13; im vierten Hefte der franz. Annalen 1802, herausgegeben von den Hrn. Pfaff und Friedländer, wie auch in Gilberts Annalen der Physik 1805 Bd. 19 S. 87 u. f. Mag indessen Montgolfier, Sohn des Erfinders der Aerostaten*), oder irgend ein anderer diese sinnreiche Maschine erfunden haben: so viele Ehre sie ihm macht, so klar ist es, daſs ein glückliches Ungefähr ihn darauf geleitet haben müsse, und daſs der Construction dieses Hebers keine deutliche Einsicht in seine Theorie voraufgegangen sey. Denn was Montgolfier in seiner *„Note sur le Belier hydraulique, et sur la manière d'en calculer les effets“* 1803 darüber sagt, ist ungenügend; und was im 5. Hefte des ersten Jahrgangs der *Bibliothèque physico-économique par* Sonnini Febr. 1803 über den Stoſsheber vorkommt, verräth mehrentheils die dürftige Sachkunde des Verfassers von jener Nachricht, des Hrn. Denis Montfort. Die einzige Äuſserung möchte vielleicht Aufmerksamkeit verdienen, daſs Montgolfier, wenn es anders gegründet ist, bey dem Entwurf seines Stoſshebers von der Idee geleitet worden sey, die Bewegung von Systole und Diastole des thierischen Herzens nachzuahmen. Indessen ist dies wohl nicht die einzig mögliche Ähnlichkeit, welche dem Erfinder dieser Maschine vorgeschwebt haben kann. Daſs z. B. das Wasser aus einem mit Luft gefüllten, und bis über den gröſsern kegelförmigen Theil untergetauchten Trichter hervorspringt, wenn die Ausmündung der kleineren kegelförmigen Röhre

*) Miszellen für die neueste Weltkunde vom Jahr 1813 Num. 55.

schnell geöffnet wird, ist schon um das Jahr 1792 einem Deutschen*) die Veranlassung zur Einrichtung einer Spritze ohne Kolben etc. gewesen. Auch in geraden mit Luft gefüllten und ins Wasser getauchten Röhren steigt dies letztere über seinen Spiegel empor, wenn die obere Mündung schnell geöffnet wird. Mit solchen und ähnlichen Thatsachen bekannt, kam es einem erfinderischen Kopfe nur darauf an, eine durch Oscillation gehobene Wassersäule über irgend einer schicklichen Scheidewand in einer Röhre abzufangen, und die Oscillation öfter als einmal zu veranlassen, ohne daſs die führende Hand eines Menschen dabey nöthig war.

§. 3.

Die Begründung einer Theorie des Stoſshebers setzt eine vollendete Theorie der Bewegung des Wassers in Röhren voraus. Ist letztere noch mangelhaft, so hat dies unstreitig einen nachtheiligen Einfluſs auf jene, und es werden sich mehrere Aufgaben eben darum nicht genügend auflösen lassen. Zu den schwierigsten dieser Art gehört hier die genaue Bestimmung der Zeit des Ausflusses, und der von ihr unmittelbar abhängigen, zur Druckhöhe gehörigen Geschwindigkeit des anprellenden Wassers. Besonders steht diese letztere Gröſse mit so mancherlei Nebenbedingungen in näherer Beziehung, daſs hier Umstände berücksichtigt werden müssen, an welche bey den bisherigen Versuchen über die Bewegung des Wassers in Röhren kaum gedacht worden ist. Es sind nicht bloſs die gemeinen Hindernisse der freien Beschleunigung, namentlich die Zusammenziehung (Contraction) in den Ein- und Ausmündungen der Röhren, das Ankleben (die Adhäsion) des Wassers an den Röhrenwänden, und die Ablenkung der Wasserfäden von ihrer anfänglichen Richtung in den Krümmungen der Röhren; sondern auch noch verschiedene andere, welche hier in Rechnung gebracht werden müssen. Und gesetzt, es wären bloſs jene: so würde doch die Frage entstehen, ob man wirklich berechtigt sey, die für Ablenkung, Adhäsion und Contraction gebräuchlichen Coefficienten jetzt noch beyzubehalten. Denn bekanntlich gelten diese letztern eigentlich da, wo das ausflieſsende Wasser bereits in einen Zustand der Beharrung gekommen ist.

---

*) Erfindung einer Spritze ohne Röhrenwerk, Kolben und Ventile u. s. w. von C. J. Löscher. Leipz. 1792.

Aber bey dem von Secunde zu Secunde ganz gehemmten Ausflusse des Wassers im Stoſsheber läſst sich an einen solchen Zustand nicht denken. Überdies sind jene Coefficienten bloſs aus Beobachtungen während eines solchen Beharrungs-Zustandes abgeleitet worden; und was geschieht, so lange noch der Zustand der Beschleunigung fortdauert, darüber ist man bis jetzt nicht völlig im Reinen. Wenigstens fehlt es an den hierzu nöthigen Versuchen, die, wenn sie gleich mit Röhrenstrecken oder kürzeren Ansatzröhren angestellt werden dürfen, doch verschiedene Abänderungen des gewöhnlichen Verfahrens, aus der Menge des ausgeflossenen Wassers seine Geschwindigkeit zu berechnen, nöthig machen. Zwar weiſs man, daſs die Adhäsion nach der Länge der Röhrenwände anders ist, als die seitwärts gehende, welche für jeden Quadratfuſs Fläche auf ein Pfund geschätzt zu werden pflegt. Aber von der Gröſse dieses letzteren Hindernisses der Bewegung läſst sich um so weniger auf das erstere schlieſsen, da beide ganz verschiedene Gesetze befolgen. Denn die Menge der Berührungspunkte allein, welche die innere Oberfläche einer Röhre dem durchgehenden Wasser darbietet, bestimmt die Gröſse dieser zweiten Art der Adhäsion nicht; sondern es kommt dabey auch noch auf die Gröſse des Röhrendurchmessers, auf die Geschwindigkeit des ausflieſsenden Wassers u. s. w. an. Kurz der Widerstand ist in diesem Fall weit zusammengesetzter, als in jenem, und er setzt Untersuchungen voraus, welche in gegenwärtiger Abhandlung nothwendig umgangen werden muſsten. Daher sind in den folgenden Abschnitten die Coefficienten, welche eigentlich nur für den Zustand der Beharrung gelten, als allgemeingültig behandelt worden. Jedoch stehen sie bloſs um der vollständigen Form der Ausdrücke willen da, um sie nämlich zur Vergleichung mit der Erfahrung geschickt zu machen und sie können mit besseren vertauscht werden, sobald solche ausgemittelt worden sind.

§. 4.

Die spätere Einrichtung des Stoſshebers weicht von der früheren darin ab, daſs man die Steigröhre desselben an ihrem untern Ende mit einem Windkessel verbunden hat; eine Einrichtung, welche zufolge der Erfahrung von erheblichem Nutzen ist. Es wäre zwecklos, hier eine vergleichende Beschreibung der verschiedenen Gestalten und Einrichtungen zu machen, welche man diesem Wasserheber an verschiedenen Orten gegeben hat. Daher soll zum Behuf der

folgenden Untersuchungen hier blofs diejenige Einrichtung desselben in einem Profilrisse vorstellig gemacht werden, welche sich, nach angestellten sorgfältigeren Versuchen *), als die vortheilhaftere bewährt hat.

Es sey demnach Fig. 1. der Theil *A G* ein Druckbehälter, in welchem das Druckwasser beständig auf einerley Höhe erhalten wird; *CHLKG* die Leitröhre, um das Druckwasser aus dem Raume *AG* abzuführen; *KLH* der Kropf, für den Spielraum der Scheibe *I* des Sperrventils *IH*, und für die Ausmündung der Leitröhre in den Windkessel *MTNL*, welche durch die Scheibe des Steigeventils *L* geöffnet und verschlossen wird. Aus des Windkessels Wasser haltendem Raume *MLN* erhebe sich, durch den Luftraum *MTN*, die lothrechte Steigröhre *DP*, und endige sich in das trichterförmige Gefäfs *QR*, welches mit der Förderungs-Röhre *S* versehen ist. Übrigens liege das Steigeventil so niedrig, dafs die Scheibe desselben mit der obern Wand der Leitröhre eine gemeinschaftliche Horizontal-Ebene hat, und beym Spiel dieser Maschine nicht Gelegenheit giebt, dafs im obern Theile der Kröpfung sich Luftblasen ansammeln können, denen der Ausweg durch die Öffnung *H* des Sperrventils nicht verstattet ist, die folglich entweder den Wasserstofs auf das Steigeventil bedeutend schwächen, oder gar den Windkessel mit Luft überfüllen, und häufig zur Steigröhre hinausgehen müssen. Endlich sey auch des Steigeventils Öffnung *L* so eingerichtet, dafs es dem eindringenden Wasser ein so geringes Hindernifs als möglich entgegen stellt, sich aber, nach dem Eindringen des Wassers in die Steigröhre, sehr schnell wieder schliefsen kann.

Unter solchen Bedingungen wird die ganze Wirksamkeit dieses hydraulischen Werkzeugs von einer oscillirenden Bewegung des eingeschlossenen Wassers in der Leitröhre abhängig gemacht. Diese Oscillation wird durch das beständig wechselnde Ausströmen und Aufstauen des Wassers, vermittelst des Sperrventils, unterhalten. Ist dieses letztere geöffnet, so dringt das Wasser mit beschleunigter Geschwindigkeit aus seiner Öffnung hervor, und wird dadurch in Stand gesetzt, die herabgesunkene oder anfangs herabgedrückte Ventilscheibe wieder zuzustofsen, wodurch es nun sich selber den Ausweg versperrt.

---

*) Hieher gehören insonderheit die Bemerkungen über die Wirkung und vortheilh. Anwend. des Stofshebers u. s. w. von Joh. Alb. Eytelwein. Berlin 1805, 102 S. 4 mit 3 Kupfr.

Vermöge der Beharrung im Zustande der Bewegung rückt die in der Leitröhre befindliche Wassersäule noch eine Zeitlang vorwärts, stöfst das Steigeventil auf, dringt in den Windkessel oder in die blofse Steigröhre ein, bis jene Geschwindigkeit zernichtet ist, und wird hierauf, sowohl von dem Druck der Wassersäule in der Steigröhre, als auch von der im Windkessel zusammengepreſsten Luft gezwungen, so lange das Steigeventil noch offen ist, in die Leitröhre wieder zurück zu treten. Diese rückgängige Bewegung verursacht nun ein Fallen des Wassers im Kropfe unterhalb des Sperrventils, worauf die vom Wasser bis dahin aufwärts gedrückte Ventilscheibe *I* dann aufhört getragen zu werden, und entweder durch ihr eigenes Gewicht, oder durch den Druck der atmosphärischen Luft, und wenn die Leitröhre unter Wasser liegen sollte, durch den Druck des über ihr stehenden Wassers, wieder herabsinken, folglich das Sperrventil von neuem öffnen mufs. Jetzt kann das Wasser der Leitröhre wieder ausströmen, und es beginnt auf dieselbe Weise ein folgender Hub. Da nun mit jedem Schlage des Steigeventils eine gewisse Menge Wasser in der Steigröhre abgefangen wird: so mufs der innere Raum derselben dergestalt nach und nach angefüllt werden, dafs die Flüssigkeit oben heraustritt, und durch die Förderungsröhre (mehrentheils ruckweise) abfliefst.

Anmerkung. Aus dem Vorhergehenden leuchtet ein, dafs die Scheibe des Sperrventils nicht eines ansehnlichen Gewichts bedarf, um sich zu öffnen; weil dieses durch äufsere Einwirkungen bewerkstelligt wird. Eine leichtere Sperrscheibe kann übrigens von dem ausströmenden Wasser weit rascher zugeschlagen werden, als eine schwerere. Folglich geht hier weniger von der durch Beschleunigung erlangten Geschwindigkeit des Wassers verloren, als wenn das Gewicht der Sperrscheibe sehr bedeutend ist.

§. 5.

Ein Stofsheber ohne Windkessel unterscheidet sich in seiner Wirkungsart vom Stofsheber mit einem Windkessel hauptsächlich dadurch, dafs dort die aufwärts gehende Bewegung des Wassers in der Steigröhre blofs eine Wirkung des Stofses, hier im Gegentheil eine Wirkung der verdichteten Luft ist. Dies verursacht aber einen auffallenden Unterschied, nicht nur in Hinsicht der Erscheinungen innerhalb der Maschine, sondern auch in Absicht auf die Nutzwirkung.

Was die ersteren betrifft, so sind unter andern die Schläge weit härter, und bringen die ganze Maschine, besonders wenn das Wasser etwas reichlich ausströmt, in eine zitternde Bewegung. Was aber die Nutzwirkung anlangt, so muſs sie vorzüglich darum weit geringer ausfallen, weil das Wasser in der Steigröhre nicht nur durch sein Gewicht, sondern auch durch seine Contraction in der Einmündung der Steigröhre, und zugleich durch seine Adhäsion an den Röhrenwänden, entgegen wirkt. Es lehrt nämlich die Erfahrung *), daſs das Wasser in der Steigröhre seineaufwärts gehende Bewegung nicht eher anfängt, als bis der Schlag beider Ventile vollendet, oder das Steigeventil wieder geschlossen ist. Folglich braucht bey dem Stoſsheber mit einem Windkessel die Contraction und Adhäsion durch die Gewalt des eindringenden Wassers gar nicht überwunden zu werden, sondern sie ist als unendlich groſs, d. h. die Wassersäule als feststehend anzunehmen, und es bleibt nichts weiter zu bewerkstelligen übrig, als daſs die im Windkessel eingeschlossene Luft gehörig verdichtet wird. Sobald dieses geschehn ist, stellt die Elasticität der Luft das Gleichgewicht wieder her, und schiebt eben darum den Überfluſs des Wassers im Windkessel aus diesem in die Steigröhre, welche dann überfüllt und genöthigt wird, sich in die Förderungsröhre auszuschütten. Bey dieser Einrichtung kommt es also darauf an, daſs der Grad der Verdichtung so groſs als möglich sey. Dagegen erfordert die Einrichtung ohne Windkessel, daſs die lothrechte Wassersäule, unmittelbar durch den Stoſs, bey jedem Hube so weit als möglich in die Höhe gerückt werde.

Es ist hiebey leicht einzusehen, daſs auch die Rückwirkung der in der Steigröhre befindlichen Wassermasse in einem Stoſsheber ohne Windkessel von derjenigen, welche bey der andern Einrichtung Statt findet, sehr verschieden seyn müsse. Denn hier wirkt unmittelbar die zusammengepreſste Luft, dort aber das Gewicht der lothrecht fallenden Wassersäule selbst zurück. Dieses Fallen geschieht zwar beschleunigt, jedoch wird es durch die Adhäsion des Wassers an den Röhrenwänden gestört, und ist kein freies Fallen. Überdies vermindert sich die Höhe der drückenden Säule unterdessen etwas, und der Druck ist also auch darum veränderlich.

---

*) Hiezu sind entweder gläserne Einsatzröhren über dem Windkessel, oder ganz gläserne Stoſsheber nöthig.

Diese vorläufigen Bemerkungen werden hinreichen, zu zeigen, dafs die Theorie eines Stofshebers mit oder ohne Windkessel keinesweges einerley seyn könne, sondern dafs beide ganz von einander abweichen müssen.

Zweiter Abschnitt.

Vom Stofsheber ohne Windkessel insbesondere.

§. 6.

Da die Einrichtung des Stofshebers ohne Windkessel die frühere gewesen ist, so mag hier die theoretische Untersuchung desselben auch vorangehen.

Wird nun die, nach dem Schlage des Sperrventils, der Wassermasse m in der Leitröhre wegen der Beharrung noch zukommende Geschwindigkeit $= c$, und die zu dieser erforderliche absolute bewegende Kraft $= p$ gesetzt: so hat man die bekannte Gleichung aus der höhern Mechanik:

$$2\, g \frac{p}{m}\, dt = dc, \qquad \text{I.}$$

wenn, wie gewöhnlich, dt das Zeitelement, und g die freie Fallhöhe in der ersten Zeit-Secunde bezeichnet.

Da die in der Steigröhre, vermöge des statischen Gleichgewichts zwischen ihrem und dem tropfbarflüssigen Inhalte des Druckbehälters, bereits vor dem Spiel der Maschine vorhandene Wassermasse als ein entgegendrückendes Gewicht $= m'$ betrachtet werden kann, welches mit der Geschwindigkeit u eine nach der Richtung der Schwere gehende Bewegung macht: so entsteht eine zweite, der vorigen ähnliche Gleichung $2\, g \frac{p'}{m'}\, dt = du$. Jene giebt den Ausdruck $2gp\,dt = m\,dc$, und diese $2gp'dt = m'du$, für die Gröfse einer jeden momentanen Bewegung. Da beide einander entgegengesetzt sind, und sich defshalb gegenseitig vermindern, so findet man den als Gröfse der Bewegung bleibenden Überrest $=$

$$2g\,dt\,(p - p') = m\,dc - m'du; \qquad \text{II.}$$

ferner

ferner den Unterschied der bewegenden Kräfte, als eine noch wirklich vorhandene **bewegende Kraft** $=$

$$p - p' = \frac{mdc - m'du}{2gdt}; \qquad \text{III.}$$

und wenn diese bewegende Kraft durch die Summe beider bewegten Massen $m + m'$ dividirt wird, die **beschleunigende Kraft** $=$

$$\frac{p - p'}{m + m'} = \frac{mdc - m'du}{2gdt\,(m + m')}; \qquad \text{IV.}$$

endlich aus dieser Gleichung, zufolge der Analogie von $2g\frac{p}{m}dt = dv$, den Ausdruck für das **Element der Geschwindigkeit nach dem Stoſse**, der als unelastisch betrachteten Wassermasse,

$$2g\,\frac{p - p'}{m + m'}\,dt = \frac{mdc - m'du}{m + m'}, \quad \text{d. i.}$$

$$dv = \frac{mdc - m'du}{m + m'}. \qquad \text{V.}$$

Dies giebt, wenn $u = 0$ genommen werden muſs *), die **Geschwindigkeit nach dem Stoſse**

$$v = \frac{mc}{m + m'}. \qquad \text{VI.}$$

Wird nun die beständige Druckhöhe ein für allemal mit h, die Länge der cylindrischen Leitröhre mit λ, ihre Querdurchschnitts-Fläche mit a, die Öffnung des Steigeventils mit a', und der Querdurchschnitt der Steigröhre mit a'', die veränderliche Höhe der Wassersäule in der Steigröhre mit y, und das Gewicht eines Kubikfuſses Wasser mit γ bezeichnet: so ist $v = \frac{ac\gamma\lambda}{\gamma(a\lambda + a''y)} = \frac{ac\lambda}{a\lambda + a''y}$, oder wenn $a''y$ auf die Leitröhre übertragen worden ist,

$$v = \frac{\lambda}{\lambda + \frac{a''}{a}\,y}.\,c. \qquad \text{VII.}$$

---

*) Bleibt $u > 0$, so erhält man den bekannten Ausdruck $v = \frac{cm \pm um'}{m + m'}$ für die Geschwindigkeit unelastischer Körper nach dem Stoſse, welcher also aus der Hauptformel der höhern Mechanik ohne Mühe zu entwickeln ist. Vergl. Gilberts Annal. d. Phys. Bd. 40. S. 441.

Da sich aber die Geschwindigkeiten umgekehrt verhalten, wie die Querschnitte der Röhren, so ergiebt sich für die Steigröhre

$$\frac{av}{a''} = \frac{ac\lambda}{a''(\lambda + \frac{a''}{a}y)} \qquad \text{VIII.}$$

als Geschwindigkeit der Wassersäule $a''y$ unmittelbar nach dem Stoſse, wenn von den Hindernissen der freyen Bewegung weggedacht wird. Endlich erhält man aus der Geschwindigkeit v, unmittelbar nach dem Stoſse, für die Leitröhre die bewegende Kraft

$$p = \frac{a\gamma v^2}{2g}, \qquad \text{IX.}$$

welche als an ihrer Einmündung wirkend gedacht werden kann: folglich, nachdem der Inhalt der Steigröhre auf die Leitröhre übergetragen worden ist, die beschleunigende Kraft für die letztere, nämlich

$$\frac{p}{M} = \frac{v^2}{2g(\lambda + \frac{a''}{a}y)}. \qquad \text{X.}$$

Anmerkung. Bekanntlich ist die bewegende Kraft $p = \frac{a\gamma v^2}{2g}$. Es wird aber im Folgenden, bei der Vergleichung der bewegenden Kräfte, jederzeit $p = \frac{a\gamma v^2}{4g}$ gesetzt werden, weil dann die Widerstandshöhen, z. B. $\frac{a'u^2}{4g}$ u. d. g. nicht erst mit 2 multiplicirt werden dürfen. Aus diesem Grunde läſst sich das Widerstandsverhältniſs immer durch $\frac{av^2}{4g} : \frac{a'u^2}{4g}$ u. s. w. ausdrücken, wenn gleich $p : p'$ eigentlich $= \frac{av^2}{2g} : \frac{a'u^2}{2g}$ seyn sollte.

§. 7.

Die ganz einfache, auf Erfahrung gegründete Vorstellung, von welcher die gegenwärtige Theorie nun ausgehen muſs, ist diese:

1. Die Bewegung des Wassers im Stoſsheber ohne Windkessel ist nichts anders, als das Oscilliren zweyer gegenüberstehenden Wassersäulen in heberförmigen Röhren.
2. Mit der gemeinschaftlichen Geschwindigkeit v nach dem Stoſse würde die im Druckbehälter eingeschlossene Wassermasse um die Tiefe $\frac{a^2 v^2}{4A^2 g}$ sin-

ken, wenn jener die Querschnittsfläche A hätte, und nicht in jedem Augenblick wieder angefüllt würde.

3. Dagegen müſste die in der Steigröhre befindliche Wassersäule zu der Höhe $\frac{a^2 v^2}{4a''a''g}$ emporsteigen, bis die Geschwindigkeit $\frac{av}{a''}$ zernichtet wäre.

4. Jetzt würde sie wieder anfangen zu sinken, und ein Theil des in die Steigröhre gedrungenen Wassers in die Leitröhre zurücktreten, bis das Steigeventil sich geschlossen hätte.

5. Derjenige Theil nun, welcher durch die niedergefallene Scheibe oder Klappe des Steigeventils wäre abgefangen worden, würde die reine Nutzwirkung des einzelnen Hubes seyn.

6. Setzt man demnach die ganze Höhe $= s$, zu welcher die obere Grundfläche der in der Steigröhre befindlichen Wassermasse $a''y$ mit der Geschwindigkeit $\frac{av}{a''}$ während eines einzigen Hubes ansteigen müſste, wenn die Bewegung im freyen Raum geschehen und ledig von der Schwere abhängig seyn könnte; und wäre die Scheibe des Steigeventils um den Abstand s' von seiner Bodenfläche in die Höhe gehoben worden: so würde der Effect des einzelnen Hubes nothwendig $= a'' (s - s') = a'' \left(\frac{a^2 v^2}{4a''a''g} - s'\right)$ werden.

7. Indessen ist die aufsteigende Bewegung der Wassersäule $a''y$ nicht frey, sondern durch verschiedene Hindernisse gestöret. Von diesen ist das erste die Zusammenziehung des Wassers in der Ventilöffnung; das zweite, die Reibung desselben an der in einer gewissen Höhe s' feststehenden Ventilscheibe, welche um so bedeutender seyn muſs, da sie die Wasserfäden von ihrer durch Contraction erhaltenen Richtung plötzlich, und mehrentheils unter einem rechten Winkel ablenkt. Das dritte Hinderniſs endlich ist die Adhäsion des Wassers an den Röhrenwänden.

8. Wenn gleich die beiden ersten dieser Hindernisse, während jedes einzelnen Hubes, ohne einen erheblichen Fehler als beständige Gröſsen angesehen werden können: so ist doch der Adhäsions-Widerstand eine veränderliche Gröſse, weil er, während eines jeden besonderen Hubes mit der

wachsenden Höhe y zunimmt. Er kann daher, besonders bey den ersten Schlägen der Maschine, wo das Wachsthum der Höhe y sehr beträchtlich ist, nicht als eine constante Gröſse im Kalkul behandelt werden.

§. 8.

Dies alles vorausgesetzt, und zwar unter der Bedingung, daſs auf §. 3 ferner keine Rücksicht zu nehmen sey, sondern für die hydraulischen Hindernisse bey der beschleunigten Bewegung des Wassers im Stoſsheber dieselben Coefficienten gültig sind, welche man für die gleichförmig gewordene Bewegung in Röhrenleitungen durch Beobachtungen ausgemittelt hat: so giebt es hier, wenn $g = 15{,}625$ rheinl. Fuſs ist, und v die Geschwindigkeit nach dem Stoſse bezeichnet, folgende Widerstandshöhen:

1. für die Contraction in der Öffnung des Steigeventils, $h' = 0{,}0417 \left(\frac{av}{a'}\right)^2$;
2. für die Ablenkung der Wasserfäden an der Scheibe des Steigeventils, $h'' = 2.\ 0{,}00387 \left(\frac{av}{\pi(r^2 - \varrho^2)}\right)^2$, oder $2.\ 0{,}00387 \left(\frac{av}{a'}\right)^2$, wenn jetzt $r =$ dem Halbmesser der Steigröhre (in der Folge des Windkessels) und $\varrho =$ dem Halbmesser der Steigscheibe, wie auch der Anprellungswinkel $= R$, also das Quadrat seines Sinus $= 1$ ist. Übrigens muſs diese Widerstandshöhe darum doppelt genommen werden, weil die von der Scheibe abgelenkten Wasserfäden gleich darauf an den Röhrenwänden einen ähnlichen Widerstand leiden.
3. Die Widerstandshöhe, wegen der Adhäsion in der Steig- und Leitröhre $= h''' = 0{,}00044 \left(\frac{\lambda}{\sqrt{a}} + \frac{y}{\sqrt{a''}}\right) v^2$, wenn $2\sqrt{\frac{a}{\pi}}$ für den Durchmesser d, und eben so $2\sqrt{\frac{a''}{\pi}}$ für den Durchmesser d' der Leit- und Steigröhre gebraucht wird.

Anmerkung. Über diese Coefficienten kann unter andern Eytelwein's Handbuch der Mechanik fester Körper und der Hydraulik, Berl. 1801, S. 128, 224, 227 nachgesehen werden.

§. 9.

Man denke sich ein Paar gleiche Geschwindigkeiten $v = u$, deren eine

der Masse $a''l\gamma$ zukommt, welche im freyen Raume, der Richtung der Schwere entgegen, in die Höhe steigt: so wird diese letztere dann, wenn $u = 0$ geworden ist, $= \frac{u^2}{4g} = s$ seyn. Sollte nun dieselbe Masse, mittelst der dem eingeschlossenen Wasser mitgetheilten Geschwindigkeit v, zu derselben Höhe $\frac{u^2}{4g}$ ansteigen, so würde hier, um der zu überwältigenden Hindernisse willen,

$$s = v^2 \left[0{,}016 + \frac{1}{v^2}(h' + h'' + h''')\right]$$

oder, wenn der ganze Coefficient von v^2, Kürze halber $= n$ gesetzt wird, $s = nv^2$ seyn müssen. Das gäbe für den freyen und Widerstand leistenden Raum neben einander, die Gleichung

$$\frac{u^2}{4g} = s = nv^2.$$

Sobald aber die Verbindungsgröſse s weggenommen wird, ist

$$0{,}016\,u^2 < nv^2.$$

Es verhält sich nun der gröſsere Coefficient von beiden zum kleinern wie $1 : \frac{0{,}016}{n}$, und natürlich muſs die Geschwindigkeit u im widerstehenden Raume $a''l$ nur $\frac{0{,}016}{n}$ so viel ausrichten, als sie im freyen Raume zu thun im Stande seyn würde. Demnach ist

$$nv^2 : 0{,}016u^2 = s : \frac{0{,}016}{n}s,$$

und wegen $s = 0{,}016\,u^2$ hat man hier, nach Einführung dieses Werths in das vierte Glied der vorhergehenden Proportion, das im widerstehenden Raum Statt findende

$$s = \frac{0{,}000256\,v^2}{n}: \qquad \text{I.}$$

folglich die Menge des durch den hydraulischen Stoſs in die Steigröhre aufgetriebenen Wassers $= a''s$.

Nun tritt aber, nach jedem Hube, mit der niedergehenden Scheibe des Steigeventils wieder eine Menge Wasser in die Leitröhre zurück, welche zum wenigsten so groſs ist, als ein Cylinder, welcher die Scheibe oder $\pi\varrho^2$ zur Grundfläche, und ihre Erhebungshöhe $= s'$ zur Höhe hat. Folglich geht von

der Menge $a''s$ wenigstens der Theil $\pi\varrho^2 s'$ wieder in die Leitröhre zurück, und wenn die Nutzwirkung des einzelnen Hubes $= k$ gesetzt wird, so hat man folgende Gleichung

$$k = a''\left(\frac{0{,}000256\, v^2}{n} - s'\right); \qquad \text{II.}$$

oder wenn die Coefficienten von v^2 aus §. 8 wieder genommen werden:

$$k = a''\left[\frac{0{,}000256\, a^2 v^2}{(a'')^2\left(0{,}016 + 0{,}0495\left(\frac{a}{a'}\right)^2 + 0{,}00044\left(\frac{\lambda}{\sqrt{a}} + \frac{l}{\sqrt{a''}}\right)\right)} - s'\right]. \qquad \text{III.}$$

§. 10.

Mit Hülfe der höhern Mechanik läſst sich eine ähnliche Formel für k entwickeln, die auf folgenden Voraussetzungen beruht:

1. Im Druckbehälter und in der Steigröhre halten sich zwey entgegen gesetzte Wassersäulen von der Höhe h das Gleichgewicht, so lange das Steigeventil geöffnet bleibt.
2. Der Überschuſs in der Steigröhre giebt eine Wassersäule von der Höhe $y - h$ oder $l - h$, welche dem in die Steigröhre eindringenden Wasser entgegen wirkt, und die Hauptwiderstandshöhe ausmacht.
3. Auſser dem Gegendruck der Wassersäule $a''(y - h)$ oder $a''(l - h)$, ist noch die gesammte Widerstandshöhe der Contraction, Adhäsion und Ablenkung $= v^2\left[0{,}0495\left(\frac{a}{a'}\right)^2 + 0{,}00044\left(\frac{\lambda}{\sqrt{a}} + \frac{y}{+a''}\right)\right]$ in Rechnung zu bringen.
4. Alle diese Hindernisse, wobey das Gewicht der Ventilscheibe in den meisten Fällen auſser Acht gelassen werden darf, wirken in Pfunden ausgedrückt, mit einer Gewalt $= a''\gamma\left\{v^2\left[0{,}0495\left(\frac{a}{a'}\right)^2 + 0{,}00044\left(\frac{\lambda}{\sqrt{a}} + \frac{y}{\sqrt{a''}}\right)\right] + y - h\right\}$ entgegen.
5. Diese zögernde Kraft, welche Kürze halber durch $a''H'\gamma$ ausgedrückt werden soll, wirkt auf die flüssige Masse $m + m'$ ein, und giebt, nachdem die letztere auf die Steigröhre reducirt worden ist, folgenden Ausdruck:

$$\frac{q}{M} = \frac{a''H'\gamma}{a''\gamma\left(\frac{a}{a''}\lambda + y\right)} = \frac{H'}{\frac{a}{a''}\lambda + y}.$$

6. Oben §. 6 Num. X war die beschleunigende Kraft

$$\frac{p}{M} = \frac{v^2}{4g(\lambda + \frac{a''}{a} y)},$$

oder wenn die Massen ebenfalls auf die Steigröhre zurückgebracht werden,

$$\frac{p}{M} = \frac{v^2}{4g(\frac{a}{a''}\lambda + y)}.$$

7. Vergleicht man beide entgegengesetzt beschleunigenden Kräfte mit einander, so mufs der Absicht gemäfs $\frac{p}{M} > \frac{q}{M}$ seyn, und man erhält das Widerstandsverhältnifs im ersten Augenblick nach dem Stofse

$$\frac{q}{p} = \frac{4gH'}{v^2}.$$

§. 11.

Es sey nun die Wassersäule $a''y$ in der Steigröhre schon bis zu einer veränderlichen Höhe $= x$ gehoben, auf welcher die anfängliche Geschwindigkeit $\frac{av}{a''}$ in die kleinere $u = 2\sqrt{gz}$ übergegangen ist, so wird diese letztere in dem nächstfolgenden Zeitelemente dt nothwendig $= u - du$ geworden seyn, und diese Abnahme, als ein Erfolg des zögernden Hindernisses $\frac{q}{p}$ betrachtet werden müssen. Dann ist aber, zufolge der bekannten Hauptgleichung in der höhern Mechanik,

$$- du = 2g. \frac{4gH'}{v^2} dt, \text{ oder } du = - \frac{8g^2H'}{v^2} dt. \qquad \text{I.}$$

Da innerhalb der Zeit dt, mit der Geschwindigkeit u auch der Weg dx zurückgelegt, und $udt = dx$, also $dt = \frac{dx}{u}$ wird, so giebt der in I eingeführte Werth von dt,

$$udu = - \frac{8g^2H'}{v^2} dx. \qquad \text{II.}$$

Oben war $u = 2\sqrt{gz}$, oder $u^2 = 4gz$, woraus durch Differentiation $udu = 2gdz$ erhalten wird. Vertauscht man beides mit einander, so entsteht aus II eine Gleichung von folgender bekannter Form:

$$dz = \frac{4gH'}{v^2}\, dx, \qquad \text{III.}$$

deren vorläufiges Integral ist

$$z = Const - \frac{4g}{v^2}\int H' dx,$$

und wenn der Werth von H' aus §. 10 Num. 3 und 4 wieder eingeführt wird,

$$z = Const - 4g\int\left\{0{,}0495\left(\frac{a}{a'}\right)^2 + 0{,}00044\left(\frac{\lambda}{\sqrt{a}} + \frac{y}{\sqrt{a''}}\right) + \frac{y-h}{v^2}\right\} dx. \quad \text{IV.}$$

§. 12.

Um IV im §. 11 gehörig integriren zu können, müſste y in eine Function von x verwandelt werden. Hierzu würden zwey Mittel vorhanden seyn, entweder $y = x^n$, oder $y = l' + x$ zu setzen. Im erstern Fall müſste der Exponent von x negativ seyn, um durch x, welches der Erfahrung zufolge mehrentheils nur einige Linien beträgt, eine mehrere Fuſs lange Höhe $= y$ auszudrücken. Auch würde dann der Exponent n eine beträchlich groſse ganze Zahl seyn müssen. Im letztern Fall hingegen würde die Gröſse l' einerley seyn mit der Höhe der jedesmal vom unmittelbar vorhergehenden Hube in der Steigröhre zurückgebliebenen Wassersäule. Indessen ist keine von beiden Functionen ganz fehlerfrey; denn in der ersteren muſs die unbestimmte Gröſse x in eine willkührliche Potenz gesetzt werden; und in der zweyten ist l' nicht eine eigentliche Constante, welche der Integration nicht bedürfte. Um diesen Mängeln abzuhelfen, lieſse sich bloſs noch $y = l$ setzen, und dieses damit entschuldigen, daſs bey jedem Wasser fördernden Hube die Steigröhre eines Stoſshebers ohne Windkessel bis auf eine geringe Kleinigkeit, eines Stoſshebers mit einem Windkessel aber fast ohne Ausnahme angefüllt bleibe. Auf jeden Fall sind hier nur Annäherungsformeln möglich, und es wird beym Gebrauch derselben darauf ankommen, welche von ihnen sich am wenigsten von der Wahrheit entfernt.

§. 13.

Setzt man in IV §. 11 die ganze Länge der Leitröhre l anstatt y, so ist

$$z = Const - 4g\left\{0{,}0495\left(\frac{a}{a'}\right)^2 + 0{,}00044\left(\frac{\lambda}{\sqrt{a}} + \frac{l}{\sqrt{a''}}\right) + \frac{l-h}{v^2}\right\}x. \quad \text{I.}$$

Für $x = 0$, ist u noch $= \frac{av}{a''}$; und die u zugehörige Geschwindigkeits-Höhe

$z = \frac{a^2 v^2}{4g(a'')^2} = Const.$ Es soll aber $u = 0$ werden, und eben darum auch seine zugehörige Geschwindigkeits-Höhe z bis auf Null abnehmen, dann aber $x = s$ seyn. Folglich erhält man aus I nun

$$0 = \frac{a^2 v^2}{4g(a'')^2} - 4g\left\{0{,}0495\left(\frac{a}{a'}\right)^2 + 0{,}00044\left(\frac{\lambda}{\sqrt{a}} + \frac{l}{\sqrt{a''}}\right) + \frac{l-h}{v^2}\right\} s, \qquad \text{II.}$$

aus welcher Gleichung der Werth von

$$s = \frac{0{,}000256\, a^2 v^2}{(a'')^2\left[0{,}0495\left(\frac{a}{a'}\right)^2 + 0{,}00044\left(\frac{\lambda}{\sqrt{a}} + \frac{l}{\sqrt{a''}}\right) + \frac{l-h}{v^2}\right]}, \qquad \text{III.}$$

und die Nutzwirkung des einzelnen Hubes

$$k = \frac{0{,}000256\, a^2 v^2}{a''\left[0{,}0495\left(\frac{a}{a'}\right)^2 + 0{,}00044\left(\frac{\lambda}{\sqrt{a}} + \frac{l}{\sqrt{a''}}\right) + \frac{l-h}{v^2}\right]} - s'\pi\varrho^2 \qquad \text{IV.}$$

gefunden wird.

§. 14.

Da $\int y\,dx = xy - \frac{x^2 dy}{2dx} + \frac{x^3 d^2 y}{2.3 dx^2} - \frac{x^4 d^3 y}{2.3.4 dx^3} + \ldots\ldots$ und wenn $x^{-n} = y$ gesetzt wird, $\frac{dy}{dx} = -nx^{-n-1}$, $\frac{d^2 y}{dx^2} = n\,(n+1)\,x^{-n-2}$, $\frac{d^3 y}{dx^3} = -n\,(n^2+3n+2)\,x^{-n-3}$ u. s. w. ist: so erhält man $\int y\,dx = \frac{x}{x^n} + \frac{nx^2}{2x^{n+1}}$

$$+ \frac{n(n+1)x^3}{2.3x^{n+2}} + \frac{n(n+1)(n+2)x^4}{2.3.4x^{n+3}} + \ldots\ldots\ldots$$

$$= x^{-(n-1)}\left(1 + \frac{n}{2} + \frac{n(n+1)}{2.3} + \frac{n(n+1)(n+2)}{2.3.4} + \ldots\ldots\right)$$

Aber nach §. 12 muſs n eine beträchtlich groſse Zahl seyn: darum kann diese letztere Reihe nicht leicht convergiren, und es ist die Entwickelung mehrerer Glieder nöthig, welche dann in $\frac{1}{x^{n-1}}$ multiplicirt eine Zahl geben, die, wo nicht gröſser, doch immer so groſs als die Höhe der Steigröhre $= l$ wird. Wenn man z. B. die Höhe $l = 32$ Fuſs, und $x = 0{,}05$ Fuſs annimmt, so muſs $n = 5$ seyn. Das giebt die Reihe $16\,(1 + 2{,}5 + 5 + 8{,}75 + 14 + \ldots\ldots)$, welche nie convergiren kann, aber eben darum auch zum Beweise dient, daſs

dieses Integral völlig unbrauchbar wird, indem es auf keine endliche Gröfse führet. Hiernach ist also die Voraussetzung $x^{-n} = y$, ganz unstatthaft.

§. 15.

Wird y mit $l' + x$ vertauscht, so giebt Num. IV aus §. 11 den Ausdruck:

$$z = Const. - 4g\left\{0{,}0495\left(\frac{a}{a'}\right)^2 + 0{,}00044\left(\frac{\lambda}{\sqrt{a}} + \frac{l' + \frac{1}{2}x}{\sqrt{a''}}\right) + \frac{l' + \frac{1}{2}x - h}{v^2}\right\}x, \quad \text{I.}$$

wo die Constante mit der im §. 13 entwickelten einerley ist. Daraus folgt dann für $z = 0$, in welchem Fall aber $l' = l$ geworden ist, der Werth für

$$s = \pm\sqrt{\left(V + \frac{\beta^2}{4\alpha^2}\right)} - \frac{\beta}{2\alpha}, \quad \text{II.}$$

wo $V = \frac{a^2 v^2}{16\alpha g^2 (a'')^2}$, $\alpha = \left(\frac{1}{2v^2} + \frac{0{,}00022}{\sqrt{a''}}\right)$ und $\beta = \left[\frac{l-h}{v^2} + 0{,}00044\left(\frac{\lambda}{\sqrt{a}} + \frac{l}{\sqrt{a''}}\right) + 0{,}0495\left(\frac{a}{a'}\right)^2\right]$ gesetzt werden mufs. Hiernach erhält man die Nutzwirkung des einzelnen Hubes

$$k = a''\left[\sqrt{\left(V + \frac{\beta^2}{4\alpha^2}\right)} - \frac{\beta}{2\alpha}\right] - s'\pi\varrho^2. \quad \text{III.}$$

§ 16.

Wird die Scheibe des Steigeventils mit einer eben so grofsen kreisförmigen Klappe vertauscht, so kommen eigentlich noch folgende veränderliche Gröfsen in Rechnung.

1. Wenn der Halbmesser der Steigröhre $= r$, der kreisförmigen Klappe $= \varrho$ ist: so verändert sich der Zwischenraum des Durchgangs, der im §. 8 $= \pi(r^2 - \varrho^2)$ war, hier in eine elliptische Ringfläche $= \frac{\pi}{2}(Zr - 2\varrho^2)$, wo Z die grofse und r die kleine Axe bezeichnet. Je höher die Klappe gehoben worden ist, desto gröfser wird $\frac{1}{2}\pi(Zr - 2\varrho^2)$, und desto leichter der Durchgang des Wassers in diesem Zwischenraum.
2. Je gröfser der Öffnungswinkel φ der Ventilklappe ist, desto geringern Widerstand leidet das in die Steigröhre eindringende Wasser, und desto länger mufs es dauern, bis die Geschwindigkeit v zernichtet wird, wenn anders das beträchtlichere Gewicht der Klappe, welches hier nöthig ist, diesen Vortheil nicht wieder vereitelt.

Hiernach entsteht aus Z und $sin\varphi$ zuvörderst eine ähnliche Widerstands-höhe, wie unter Num. 2 im §. 8, nämlich

$$0{,}00387\left(\frac{2\,a\,v\,sin\varphi}{\pi\,(Zr-2\varrho^2)}\right)^2, \qquad \text{I.}$$

wobey es rathsam seyn wird, den Coefficienten wieder zu verdoppeln; ferner eine zweite Widerstands-Höhe vom Gewicht der Klappe

$$\frac{p'}{\gamma\pi\varrho^2}\,sin\varphi, \qquad \text{II.}$$

wo p' das Gewicht der Klappe in Pfunden, $\gamma = 66$ Pfd. und ϱ der Halbmesser der Klappe ist. Das giebt folgende Differentialgleichung, nach der Form III im §. 11:

$$dz = -\,4g\left[0{,}0417\left(\frac{a}{a'}\right)^2 + 0{,}00774\left(\frac{2\,a\,sin\varphi}{\pi\,(Zr-2\varrho^2)}\right)^2 + \frac{p'}{v^2\gamma\pi\varrho^2}\,sin\varphi + 0{,}00044\left(\frac{\lambda}{\sqrt{a}}+\frac{\gamma}{\sqrt{a''}}\right)+\frac{\gamma-h}{v^2}\right]dx, \qquad \text{III.}$$

in welcher sich v^2 im dritten und letzten Gliede der Parenthese aus §. 10 Num. 3, 4 und 7 herschreibt.

Um diesen Ausdruck einigermafsen integrabel zu machen, müfsten $sin\varphi$ und Z in Functionen von x verwandelt werden. Erhöbe sich die Klappe gerade so hoch, als die bey dem jedesmaligen Hube in die Steigröhre eintretende Wassersäule $a''x$, so würde $\frac{x}{2\varrho} = sin\varphi$, und $Z = \frac{4r\varrho}{\sqrt{\left(1-\frac{x^2}{4\varrho^2}\right)}}$ seyn, vermöge

$$cos\varphi \;:\; 2r \;=\; x \;:\; \frac{2rx}{cos\varphi}, \text{ das ist}$$

$$\sqrt{\left(1-\frac{x^2}{4\varrho^2}\right)} \;:\; 2r \;=\; x \;:\; \frac{2rx}{\sqrt{\left(1-\frac{x^2}{4\varrho^2}\right)}}\;; \text{ und}$$

$$sin\varphi \;:\; 1 \;=\; \frac{2rx}{\sqrt{\left(1-\frac{x^2}{4\varrho^2}\right)}} \;:\; Z\;, \text{ oder}$$

$$\frac{x}{2\varrho} \;:\; 1 \;=\; \frac{2rx}{\sqrt{\left(1-\frac{x^2}{4\varrho^2}\right)}} \;:\; Z \text{ u. s. w.}$$

Vielleicht bedürfte x hier noch einen Coefficienten, der ε heifsen könnte, und

wahrscheinlich < 1 seyn, also $sin\varphi$ in $\frac{\varepsilon x}{2\varrho}$ und Z in $\frac{4r\varrho}{\sqrt{(1-\frac{\varepsilon^2 x^2}{4\varrho^2})}}$ umändern würde. Aber obgleich alles, was in Num. III auf der Seite rechterhand steht, völlig integrabel wird, sobald man Glied für Glied mit $8\pi\varrho^2 \left[\frac{r^2}{(1-\frac{\varepsilon^2 x^2}{4\varrho^2})} - \frac{r\varrho}{\sqrt{(1-\frac{\varepsilon^2 x^2}{4\varrho^2})}} + \frac{1}{4}\varrho^2\right]$ multiplicirt: so läſst sich doch dz, mit dieser Gröſse verbunden, wieder nicht vollständig integriren. Auch hat das aus mehreren trigonometrischen und logarithmischen Functionen bestehende Integral noch andere Unbequemlichkeiten, die es in praktischer Hinsicht ganz unbrauchbar machen. Daher muſs $\frac{1}{2}\pi\,[Zr - 2\varrho^2]$ in Num. III mit einer constanten Gröſse, wie etwa mit $\pi\,(r^2 - \varrho^2)$ vertauscht werden, worauf die Integration giebt

$$z = Const. - 4g\left[0{,}0417\left(\frac{a}{a'}\right)^2 x + 0{,}000645\,\frac{a^2\varepsilon^2 x^3}{\varrho^2(\pi(r^2-\varrho^2))^2} + 0{,}0024\,\frac{p'\varepsilon x^2}{v^2\varrho^3} + 0{,}00044\left(\frac{\lambda}{\sqrt{a}} + \frac{l'+\frac{1}{2}x}{\sqrt{a''}}\right)x + \frac{l'+\frac{1}{2}x-h}{v^2}.\,x\right], \qquad \text{IV.}$$

oder wenn gehörig reducirt, und hernach der Coefficient von $x^2 = \alpha$, von x aber $= \beta$ gesetzt wird:

$$z = Const - 4g\,[x^3 + \alpha x^2 + \beta x]. \qquad \text{V.}$$

Für $x = 0$ ist $z = \frac{a^2 v^2}{4g(a'')^2} = Const.$ und für $z = 0$ ist $3{,}917\,\frac{v^2\varrho^2(r^2-\varrho^2)^2}{\varepsilon^2(a'')^2} = q = s^3 + \alpha s^2 + \beta s$: also

$$s^3 + \alpha s^2 + \beta s - q = 0. \qquad \text{VI.}$$

In dieser letzten Gleichung ist, zufolge Num. IV, $\alpha = 15301\left(\frac{\varrho(r^2-\varrho^2)}{\varepsilon a''}\right)^2\left[\frac{0{,}5}{v^2} + 0{,}00022\,\frac{1}{\sqrt{a''}} + 0{,}0024\,\frac{p'\varepsilon}{v^2\varrho^3}\right]$ und $\beta = 15301\left(\frac{\varrho(r^2-\varrho^2)}{\varepsilon a''}\right)^2\left[0{,}0417\left(\frac{a}{a'}\right)^2 + 0{,}00044\left(\frac{\lambda}{\sqrt{a}} + \frac{l'}{\sqrt{a''}}\right) + \frac{l'-h}{v^2}\right]$. Wird $s = n - \frac{1}{3}\alpha$, ferner $\beta - \frac{1}{3}\alpha^2 = \psi$, und $\frac{2}{27}\alpha^3 - \frac{9}{27}\alpha\beta - q = \vartheta$ gesetzt: so erhält man $n^3 + \psi n + \vartheta = 0$, und

$$s = \sqrt[3]{\left[\frac{-\vartheta + \sqrt{(\vartheta^2 + \frac{4}{27}\psi^3)}}{2}\right]} + \sqrt[3]{\left[\frac{-\vartheta - \sqrt{(\vartheta^2 + \frac{4}{27}\psi^3)}}{2}\right]} - \frac{1}{3}\alpha, \qquad \text{VII.}$$

woraus die Gröſse

$$k = \left\{ \left[\frac{-\vartheta + \sqrt{(\vartheta^2 + \frac{4}{27}\psi^3)}}{2} \right]^{\frac{1}{3}} + \left[\frac{-\vartheta - \sqrt{(\vartheta^2 + \frac{4}{27}\psi^3)}}{2} \right]^{\frac{1}{3}} - \frac{1}{3} \alpha \right\} a'' - s' \pi \varrho^2 \quad \text{VIII.}$$

gefunden wird. Hierbey ist jedoch zu bemerken, daſs die Menge des in die Leitröhre zurücktretenden Wassers wegen der schrägen Lage der Klappe, in welcher ihr Niedergang sehr verzögert werden muſs, wahrscheinlich gröſser als $s' \pi \varrho^2$ ist. Diese Gröſse läſst sich aber auf rein theoretischem Wege nicht genau bestimmen.

Dritter Abschnitt.

Vom Stoſsheber mit einem Windkessel insbesondere.

§. 17.

Aus §. 5 ist schon bekannt, daſs der Effect des Stoſshebers mit einem Windkessel von dem Verdichtungs-Grade der Luft in diesem letztern abhängt. Es kommt hier also vorzüglich darauf an, einerseits den Raum, auf welchen die eingeschlossene Luft eingeschränkt wird, und auf der andern Seite die in die Leitröhre wieder zurücktretende Wassermenge zu bestimmen.

Die nähere Betrachtung der Kraft und des Widerstandes lehret sogleich, daſs die bekannten Gesetze vom Stoſs elastischer Körper unter diesen Umständen keine Anwendung finden können. Denn an eine Geschwindigkeit nach dem Stoſse darf hier aus dem Grunde nicht gedacht werden, weil elastische Körper bey der Mittheilung ihrer Bewegung sich schon so sehr als möglich verdichtet haben müssen, bevor ihre Geschwindigkeit nach dem Stoſse den Anfang nehmen kann. Aber wenn in dem gegenwärtigen Fall die Luft durch das allmählige Eindringen des Wassers so weit als möglich verdichtet worden ist, dann hat die Geschwindigkeit v schon bis auf Null abgenommen, und es erfolgt, anstatt einer ferneren aufwärts gehenden Bewegung des Wassers, schon die rückgängige nach der Leitröhre. Hieraus geht nun hervor, daſs bloſs

die Frage seyn könne, wie stark die eingeschlossene Luft vermittelst der bewegenden Kraft

$$p = \frac{a\gamma v^2}{4g} \qquad \text{I.}$$

zusammengepreſst werde. Da sie keine andere Masse in Bewegung erhält, als lediglich den Inhalt der Leitröhre, indem der Erfahrung zufolge die Wassersäule der Steigröhre, bis nach vollendeter Verdichtung der Luft ganz in Ruhe bleibt: so fällt hier die beschleunigende Kraft etwas gröſser aus, als oben im §. 6 Num. X, oder §. 10 Num. 6. Sie ist nämlich

$$\frac{p}{m} = \frac{v^2}{2g\lambda}. \qquad \text{II.}$$

Dazu kommt noch die Mitwirkung der Druckhöhe h, welche, wie die äuſsere atmosphärische Luft, einen Theil des in Rechnung zu bringenden Widerstandes aufhebt, so daſs hier die ganze Krafthöhe

$$H = h + \frac{v^2}{4g} + b\varepsilon \qquad \text{III.}$$

angenommen werden muſs, wo $b\varepsilon$ den auf Wasserdruck reducirten Luftdruck bedeutet, welcher sowohl für die Steigröhre als auch für den Druckbehälter in Anschlag gebracht werden muſs.

§. 18.

In Hinsicht der einzelnen Theile des Widerstandes ist folgendes zu bemerken.

1. Es sey die Querschnitts-Fläche des cylindrischen Windkessels $= w$, seine Höhe $= f$; die Barometerhöhe in rheinl. Fuſsen $= b$, das eigenthümliche Gewicht des Quecksilbers $= \varepsilon$; der Windkessel anfangs ganz voll Luft, und wenn die Höhe des Wassers in der Steigröhre y oder l geworden ist, die Höhe des Wassers über dem Boden des Windkessels $= n$: so leidet die eingeschlossene Luft einen Druck $=$

$$b\gamma\varepsilon w + wy\gamma,$$

und ihre Dichtigkeit ist, wenn die Dichtigkeit der äuſsern atmosphärischen Luft $= 1$ gesetzt wird,

$$1 + \frac{y}{b\varepsilon} = \frac{b\varepsilon + y}{b\varepsilon}$$

2. Derselbe Verdichtungsgrad läſst sich ausdrücken, wenn die ganze Höhe des Windkessels durch die verminderte Länge der eingeschlossenen Luftsäule dividirt wird. Es ist daher

$$\frac{f}{f-n} = \frac{bg+y}{bg}$$

Hieraus erhält man

$$n = \frac{fy}{bg+y}$$

(in der Folge $\frac{fl}{bg+l}$) als die Höhe des Wassers über dem Boden des Windkessels, bey der Wasserhöhe y in der Steigröhre, und

$$f - n = \frac{bfg}{bg+y},$$

als die verminderte Länge der $1 + \frac{y}{bg}$ mal so dichten Luftsäule im Windkessel.

3. Werden hernach durch den hydraulischen Stoſs noch x Fuſs Wasser in den Windkessel hineingetrieben, so ist in diesem Augenblick, bevor sich das aërostatische Gleichgewicht hergestellt und y eine gröſsere Länge erhalten hat, der Verdichtungsgrad =

$$\frac{f}{f-n-x} = \frac{bg+y}{bg+x\left(\frac{bg+y}{f}\right)}.$$

4. Denkt man sich nun auf eine kurze Zeit die Wassersäule $a''y$ oder $a''l$, der Erfahrung zufolge, wie unbeweglich, so wirkt unterdessen dem in die Öffnung des Steigeventils eindringenden Wasser eine Gewalt entgegen, welche, auf Wasserdruck reducirt, $\frac{f}{f-n-x}$ mal bg ist, oder die Widerstandshöhe

$$\frac{bg+y}{1-x\left(\frac{bg+y}{bfg}\right)} \qquad \text{I.}$$

und abgekürzt $= \frac{bg+y}{1-\omega x}$ hat, zu welcher noch die Widerstandshöhen der übrigen Bewegungs-Hindernisse kommen.

5. Die Widerstandshöhe der Adhäsion in der Leitröhre, welche zufolge des §. 8 Num. 3 war:

$$0{,}00044 \frac{\lambda v^2}{\sqrt{a}}. \qquad \text{II.}$$

6. Die Widerstandshöhe von der Contraction in der Öffnung des Steigeventils:

$$0{,}0417 \left(\frac{a}{a'}\right)^2 v^2. \qquad \text{III.}$$

7. Die Widerstandshöhe wegen der gedoppelten Ablenkung der Wasserfäden, an der Ventilscheibe und den Röhrenwänden:

$$0{,}00774 \left[\frac{a}{\pi (r^2 - \varrho^2)}\right]^2 v^2, \qquad \text{IV.}$$

wo r Halbmesser des Windkessels und ϱ Halbmesser der Ventilscheibe ist.

8. Diese Widerstandshöhen von I bis IV geben eine entgegen gesetzt bewegende Kraft:

$$a' v^2 \left[\frac{(bg + \gamma) v^{-2}}{1 - \omega x} + 0{,}00044 \frac{\lambda}{\sqrt{a}} + 0{,}0417 \left(\frac{a}{a'}\right)^2 + \frac{0{,}00078\, a^2}{r^4 \left(1 - \frac{2\varrho^2}{r^2} + \frac{\varrho^4}{r^4}\right)}\right], \quad \text{V.}$$

sofern sie auf die Öffnung des Steigeventils reducirt werden muſs; weil an dieser Stelle die beiden Kräfte im Augenblick der vollen Geschwindigkeit v einander entgegen wirken. Denn wenn der Windkessel auch noch so weit ist, so wird die Gröſse des Gegendrucks doch nur durch die Gröſse der Öffnung im Steigeventil bestimmt.

9. Da die gesammte entgegenwirkende Kraft in diesem Augenblick nur den Inhalt der Leitröhre, als Masse zu bewegen (zurück zu drängen) hat: so giebt Num. V. die negativ beschleunigende oder zögernde Kraft

$$\frac{a' v^2}{m} \left[\frac{(bg + \gamma) v^{-2}}{1 - \omega x} + 0{,}00044 \frac{\lambda}{\sqrt{a}} + 0{,}0417 \left(\frac{a}{a'}\right)^2 + \frac{0{,}00078\, a^2}{r^4 \left(1 - \frac{2\varrho^2}{r^2} + \frac{\varrho^4}{r^4}\right)}\right]. \quad \text{VI.}$$

10. Die gesammte Krafthöhe war oben §. 17 Num. III =

$$H = h + \frac{v^2}{4g} + bg.$$

Hieraus folgt nun das Widerstands-Verhältniſs

h'

$$\frac{h'}{H} = \frac{v^2}{h + \frac{v^2}{4g} + b\,8} \left[\frac{(b\,8 + y)\,v^{-2}}{1 - \omega x} + 0{,}00044\,\frac{\lambda}{\sqrt{a}} + 0{,}0417\left(\frac{a}{a'}\right)^2 + \frac{0{,}00078\,a^2}{r^4\left(1 - \frac{2\varrho^2}{r^2} + \frac{\varrho^4}{r^4}\right)}\right]. \qquad \text{VII.}$$

§. 19.

In dem Augenblick, wo das Wasser bis auf die Höhe $n + x$ in den Windkessel eingedrungen, und die anfängliche Geschwindigkeit $\frac{av}{w}$ schon kleiner, nämlich $= u$ geworden ist, nimmt diese letztere während der Zeit dt um das Decrement du ab, und es entsteht nach Maſsgabe des §. 11 die Differential-Gleichung

$$dz = -\frac{h'}{H}\,dx,$$

deren Integral vorläufig ist

$$z = Const - \frac{1}{H}\int h'\,dx.$$

Wird hier $y = l$ gesetzt, folglich als constant angesehen, so giebt die Integration zunächst

$$z = Const - \frac{v^2}{H}\left\{\frac{b\,8 + l}{v^2}\,logn\left[1 - \left(\frac{b\,8 + l}{bf\,8}\right)x\right] + x\left[0{,}00044\,\frac{\lambda}{\sqrt{a}} + 0{,}0417\left(\frac{a}{a'}\right)^2 + \frac{0{,}00078\,a^2}{r^4\left(1 - \frac{2\varrho^2}{r^2} + \frac{\varrho^4}{r^4}\right)}\right]\right\}.$$

Für $x = 0$ wird $z = \frac{a^2 v^2}{4g w^2} = Const.$ und für $z = 0$ muſs $x = s$ werden. Folglich ist

$$0 = \frac{a^2 v^2}{4g w^2} - \frac{v^2}{h + \frac{v^2}{4g} + b\,8}\left\{\frac{b\,8 + l}{v^2}\,logn\left(1 - s\,\frac{b\,8 + l}{bf\,8}\right) + s\left[0{,}00044\,\frac{\lambda}{\sqrt{a}} + 0{,}0417\left(\frac{a}{a'}\right)^2 + \frac{0{,}00078\,a^2}{r^4\left(1 - \frac{2\varrho^2}{r^2} + \frac{\varrho^4}{r^4}\right)}\right]\right\}.$$

Aus dieser letzten Gleichung entsteht folgende:

$$\frac{a^2\left(h+\frac{v^2}{4g}+b\aleph\right)}{4gw^2}=\frac{b\aleph+l}{v^2}\,logn\left(1-s\,\frac{b\aleph+l}{bf\aleph}\right)+s\left[0{,}00044\,\frac{\lambda}{\sqrt{a}}\right.$$

$$\left.+\,0{,}0417\left(\frac{a}{a'}\right)^2+\frac{0{,}00078\,a^2}{r^4\left(1-\frac{2\varrho^2}{r^2}+\frac{\varrho^4}{r^4}\right)}\right]; \qquad \text{I.}$$

oder nach der Ordnung der Glieder auf beiden Seiten abgekürzt:

$$i=\psi\,logn\,(1-\omega s)+\mu s, \qquad \text{II.}$$

woraus man, wenn e wie gewöhnlich die Grundzahl der natürlichen Logarithmen bezeichnet, den Ausdruck erhält:

$$e^{\frac{i}{\psi}}=(1-\omega s)\,e^{\frac{\mu s}{\psi}},$$

das ist, nachdem $e^{-\frac{\mu s}{\psi}}$ in eine Reihe aufgelöst worden:

$$e^{\frac{i}{\psi}}=1+\left(\frac{\mu}{\psi}-\omega\right)s+\left(\frac{\mu^2}{2\psi^2}-\frac{\mu\omega}{\psi}\right)s^2+\left(\frac{\mu^3}{2.3\psi^3}-\frac{\mu^2\omega}{2\psi^2}\right)s^3$$

$$+\ldots\ldots+\left(\frac{\mu^n}{2.3\ldots n\psi^n}-\frac{\mu^{n-1}\omega}{2.3.4\ldots(n-1)\psi^{n-1}}\right)s^n, \qquad \text{III.}$$

und nach der Ordnung der Glieder abgekürzt:

$$e^{\frac{i}{\psi}}=1+qs+q's^2+q''s^3+q'''s^4+\ldots\ldots \qquad \text{IV.}$$

§. 20.

Um aus IV im §. 19 den Werth von s vermittelst der umgekehrten Methode der Reihen zu erhalten, setze man

$$e^{\frac{i}{\psi}}-1=p$$

so entsteht die Function

$$p=qs+q's^2+q''s^3+q'''s^4+\ldots\ldots \qquad \text{I.}$$

Wird nun vermöge der unbestimmten Coefficienten

$$s=Ap+Bp^2+Cp^3+Dp^4+\ldots\ldots \qquad \text{II.}$$

angenommen, so ist

$$qs=q\,(Ap+Bp^2+Cp^3+Dp^4+\ldots\ldots)$$

$$q's^2=q'\,(A^2p^2+2ABp^3+[2AC+B^2]\,p^4+2\,[AD+BC]\,p^5$$

$$+\,[2AE+2BD+C^2]\,p^6+\ldots\ldots) \text{ u. s. w.}$$

folglich $A = + \frac{1}{q}$; $B = - \frac{q'}{q^3}$; $C = + \frac{2(q')^2 - qq''}{q^5}$; $D = - \frac{[5(q')^3 + q^2 q''' - 5qq'q'']}{q^7}$; $E = + \frac{1}{q^9} \{14(q')^4 + 6q^2 q' q''' + 3q^2 (q'')^2 - 20 qq'' (q')^2 - q^3 q^{IV}\}$; $F = - \frac{1}{q^{11}} \{4(q')^5 + 38(q')^4 - 26qq''(q')^3 - 50qq''(q')^2 + 13q^2 q'''(q')^2 + 14q^2 q' q''' + 20q^2 q'(q'')^2 + 6q^2 (q'')^2 - 7q^3 q'' q''' - 2q^3 q^{IV} - 5q^3 q' q^{IV} + q^4 q^{V}\}$ u. s. f.
wobey es von der Convergenz der Reihe II. abhängt, wie viele dieser Coefficienten zu entwickeln sind.

§. 21.

Soll nach Anleitung des §. 12 und 15 anstatt l wieder $l' + x$ für y gesetzt werden, so ist zuförderst der Wassercylinder wx auf die Steigröhre zu reduciren. Das giebt

$$y = l' + \frac{wx}{a''}, \qquad \text{I.}$$

und wenn dieser Werth in VII §. 18 eingeführt wird, die Differentialgleichung

$$dz = - \frac{v^2 dx}{h + \frac{v^2}{4g} + b\aleph} \left[\frac{b\aleph + l' + \frac{w}{a''} x}{v^2 \left(1 - x . \frac{b\aleph + l' + wx : a''}{bf\aleph}\right)} + 0{,}00044 \frac{\lambda}{\sqrt{a}} + 0{,}0417 \left(\frac{a}{a'}\right)^2 + \frac{0{,}00078\, a^2}{r^4 \left(1 - \frac{2\varrho^2}{r^2} + \frac{\varrho^4}{r^4}\right)} \right]. \qquad \text{II.}$$

Die Gestalt des ersten Gliedes in der Parenthese läſst sich in folgende verwandeln:

$$\frac{bf\aleph\,(b\aleph + l' + \frac{w}{a''} x)}{v^2 \left(bf\aleph - (b\aleph + l')\,x - \frac{w}{a''} x^2\right)} = \frac{\alpha(\beta + \gamma x)}{v^2 (\alpha - \beta x - \gamma x^2)}, \qquad \text{III.}$$

und die drey übrigen Glieder, in welchen keine veränderliche Gröſse vorkommt, nehmen füglich die obige Form μ an. Dadurch erhält man aus II das Interal

$$z = Const - \frac{v^2}{H}\int\left[\frac{\alpha\beta dx}{v^2(\alpha - \beta x - \gamma x^2)} + \frac{\alpha\gamma x dx}{v^2(\alpha - \beta x - \gamma x^2)} + \mu dx\right]$$

$$= Const - \frac{v^2}{H}\left[\frac{\alpha\beta}{v^2\sqrt{(4\alpha\gamma + \beta^2)}} logn \frac{1 + \frac{\beta + 2\gamma x}{\sqrt{(4\alpha\gamma + \beta^2)}}}{1 - \frac{\beta + 2\gamma x}{\sqrt{(4\alpha\gamma + \beta^2)}}}\right.$$

$$+ \frac{\alpha\gamma}{v^2}\left\{\frac{\beta}{2\gamma\sqrt{(4\alpha\gamma + \beta^2)}} logn \frac{1 + \frac{\beta + 2\gamma x}{\sqrt{(4\alpha\gamma + \beta^2)}}}{1 - \frac{\beta + 2\gamma x}{\sqrt{(4\alpha\gamma + \beta^2)}}}\right.$$

$$\left.\left. + \frac{1}{2\gamma} logn (\alpha - \beta x - \gamma x^2)\right\} + \mu x\right]. \qquad \text{IV.}$$

Vertauscht man $\sqrt{(4\alpha\gamma + \beta^2)}$ mit $\varkappa$, so erhält dieses Integral ein etwas gefälligeres Ansehen:

$$z = Const - \frac{v^2}{H}\left[\frac{3\alpha\beta}{2v^2\varkappa} logn \frac{\varkappa + \beta + 2\gamma x}{\varkappa - \beta - 2\gamma x} + \frac{\alpha}{2v^2} logn (\alpha - \beta x - \gamma x^2) + \mu x\right]. \text{IIII.}$$

Für $x = 0$ ist $z = \frac{a^2v^2}{4gw^2}$, und $Constans = \frac{a^2v^2}{4gw^2}$

$$+ \frac{v^2}{H}\left[\frac{3\alpha\beta}{2v^2\varkappa} logn \frac{\varkappa + \beta}{\varkappa - \beta} + \frac{\alpha}{2v^2} logn\ \alpha\right];$$

wenn aber $z = 0$ geworden ist, so hat man $x = s$, folglich

$$0 = \frac{a^2v^2}{4gw^2} + \frac{v^2}{H}\left[\frac{3\alpha\beta}{2v^2\varkappa} logn \frac{\varkappa + \beta}{\varkappa - \beta} + \frac{\alpha}{2v^2} logn\ \alpha\right]$$

$$- \frac{v^2}{H}\left[\frac{3\alpha\beta}{2v^2\varkappa} logn \frac{\varkappa + \beta + 2\gamma s}{\varkappa - \beta - 2\gamma s} + \frac{\alpha}{2v^2} logn (\alpha - \beta s - \gamma s^2) + \mu s\right]. \ \text{V.}$$

Wird in V das erste Glied rechter Hand $= \Delta$, der Coefficient des zweiten und dritten $= n'$, ferner $\frac{3\alpha\beta}{2v^2\varkappa} = \psi$ und $\frac{\alpha}{2v^2} = \nu$ gesetzt, so erhält man folgenden Ausdruck:

$$0 = \Delta + n'\left[log\left(\frac{\varkappa + \beta}{\varkappa - \beta}\right)^{\psi} \alpha^{\nu} - log\left(\frac{\varkappa + \beta + 2\gamma s}{\varkappa - \beta - 2\gamma s}\right)^{\psi} (\alpha - \beta s - \gamma s^2)^{\nu} - \mu s\right],$$

folglich die Gleichung

$$\frac{\Delta}{n'} + log\ \alpha^{\nu}\left(\frac{\varkappa + \beta}{\varkappa - \beta}\right)^{\psi} = logn\left(\frac{\varkappa + \beta + 2\gamma s}{\varkappa - \beta - 2\gamma s}\right)^{\psi} (\alpha - \beta s - \gamma s^2)^{\nu} + \mu s. \quad \text{VI.}$$

Wird nun der ganze erste Theil von VI mit i vertauscht, *logn e* gebraucht,

und nachher jede veränderliche Potenz von e gehörig in eine Reihe aufgelöst, so entsteht zunächst folgender Ausdruck:

$$e^i = \Big[\frac{\varkappa+\beta}{\varkappa-\beta} + 2\gamma\Big(\frac{\varkappa+\beta}{(\varkappa-\beta)^2} + \frac{1}{\varkappa-\beta}\Big)s + 4\gamma^2\Big(\frac{\varkappa+\beta}{(\varkappa-\beta)^3} + \frac{1}{(\varkappa-\beta)^2}\Big)s^2$$
$$+ 8\gamma^3\Big(\frac{\varkappa+\beta}{(\varkappa-\beta)^4} + \frac{1}{(\varkappa-\beta)^3}\Big)s^3 + 16\gamma^4 \ldots\ldots\ldots\ldots\Big]^\psi$$
$$\times [\alpha - (\beta s + \gamma s^2)]^\nu \times [1 + (\frac{\mu s}{1} + \frac{\mu^2 s^2}{1.2} + \frac{\mu^3 s^3}{1.2.3} + \ldots)]; \qquad \text{VII.}$$

oder wenn auf beiden Seiten gleiche Wurzeln ausgezogen werden, und man die Reihen gehörig in einander multiplicirt:

$$e^{\frac{i}{\psi}} - \alpha^{\frac{\nu}{\psi}}\Big(\frac{\varkappa+\beta}{\varkappa-\beta}\Big) = (A'A''b + A'B'' + A''B')s + (A'A''c + A'B''b$$
$$+ A''B'b + A'C'' + A''C' + B'B'')s^2 + (A'A''d + A'B''c + A'bC''$$
$$+ A'D'' + A''B'c + A''bC' + A''D' + B'C'' + B'B''b$$
$$+ B''C')s^3 + \ldots\ldots = qs + q's^2 + q''s^3 + \ldots\ldots\ldots \qquad \text{VIII.}$$

Dies giebt endlich mit Hülfe der umgekehrten Methode der Reihen, wenn $e^{\frac{i}{\psi}} - \alpha^{\frac{\nu}{\psi}}\Big(\frac{\varkappa+\beta}{\varkappa-\beta}\Big) = p$ gesetzt wird,

$$s = Ap + Bp^2 + Cp^3 + \ldots\ldots \qquad \text{IX.}$$

wie im §. 20 Num. II, und es ist einleuchtend, daſs hier die unbestimmten Coefficienten A, B, C .... in Hinsicht der Gröſsen q, q', q'' .... dieselben Werthe erhalten wie dort, jedoch mit dem Unterschiede, daſs nicht nur i und ψ, sondern auch q, q', q'' .... von den obigen so bezeichneten Gröſsen sehr verschieden sind. Denn in VIII haben die einzelnen Buchstaben folgende Werthe:

$$A' = \frac{\varkappa+\beta}{\varkappa-\beta};\ B' = 2\gamma\Big(\frac{\varkappa+\beta}{(\varkappa-\beta)^2} + \frac{1}{\varkappa-\beta}\Big);\ C' = 4\gamma^3\Big(\frac{\varkappa+\beta}{(\varkappa-\beta)^3}$$
$$+ \frac{1}{(\varkappa-\beta)^2}\Big);\ D' = 8\gamma^4\Big(\frac{\varkappa+\beta}{(\varkappa-\beta)^4} + \frac{1}{(\varkappa-\beta)^3}\Big);\ \ldots\ldots A'' = \alpha^{\frac{\nu}{\psi}}\ B'' =$$
$$-\frac{\beta\nu}{\psi}\alpha^{\frac{\nu}{\psi}-1};\ C'' = \frac{\beta^2\nu}{2\psi}\Big(\frac{\nu}{\psi}-1\Big)\alpha^{\frac{\nu}{\psi}-2} - \frac{\gamma\nu}{\psi}\alpha^{\frac{\nu}{\psi}-1};\ D'' = \frac{\beta\gamma\nu}{\psi}\Big(\frac{\nu}{\psi}-1\Big)\alpha^{\frac{\nu}{\psi}-2}$$

$-\frac{\beta^3 \nu}{6\psi}\left(\frac{\nu}{\psi}-1\right)\left(\frac{\nu}{\psi}-2\right)\alpha^{\frac{\nu}{\psi}-3}$; $b=\frac{\mu}{\psi}$; $c=\frac{\mu^2}{2\psi^2}$; $d=\frac{\mu^3}{6\psi^3}$ u. s. w. deren fernere Bedeutung oben in III bis VI angegeben worden ist.

§. 22.

Unter der Voraussetzung, daſs der Durchmesser einer im Windkessel angebrachten Ventilklappe $=2\varrho$, ihr Gewicht $=\frac{p'}{a'\gamma'}$ ist, wo γ' das Gewicht eines Kubikfuſses von dem im Stoſsheber befindlichen Wasser bezeichnet, ferner daſs $y=l$ und $sin\varphi=\frac{\varepsilon x}{2\varrho}$ gesetzt werden darf, entsteht aus der Hauptgleichung

$$dz=-\frac{h'}{H}dx$$

das vollständige Integral:

$$\frac{a^2(h+\frac{v^2}{4g}+b\varkappa)}{4gw^2}=\frac{b\varkappa+l}{v^2}\,logn\,(1-s\,\frac{b\varkappa+l}{bf\varkappa})+\frac{0{,}000645\,a^2\varepsilon^2}{[\pi\varrho(r^2-\varrho^2)]^2}s^3$$
$$+\frac{0{,}25p'\varepsilon}{a'v^2\gamma'\varrho}s^2+\left[0{,}00044\frac{\lambda}{\sqrt{a}}+0{,}0417\left(\frac{a}{a'}\right)^2\right]s; \qquad \text{I.}$$

das ist, wenn nach der Ordnung der Glieder auf beiden Seiten abgekürzt wird:

$$i=\psi\,logn\,(1-\omega s)+\alpha s^3+\beta s^2+\mu s; \qquad \text{II.}$$

und mit Hülfe der Grundzahl der natürlichen Logarithmen reducirt:

$$e^{\frac{i}{\psi}}=(1-\omega s)\,e^{\frac{\alpha s^3+\beta s^2+\mu s}{\psi}}$$

woraus folgende Reihe entsteht:

$$e^{\frac{i}{\psi}}-1=\left(\frac{\mu}{\psi}-\omega\right)s+\left(\frac{\beta}{\psi}+\frac{\mu^2}{2\psi^2}-\frac{\mu\omega}{\psi}\right)s^2+\left(\frac{\alpha}{\psi}+\frac{\beta\mu}{\psi^2}+\frac{\mu^3}{6\psi^3}\right.$$
$$\left.-\frac{\beta\omega}{\psi}-\frac{\mu^2\omega^2}{2\psi^2}\right)s^3+\ldots=p=qs+q's^2+q''s^3+\ldots\ldots \qquad \text{III.}$$

Endlich hat man auch zufolge der Ähnlichkeit mit §. 20 Num. II:

$$s=Ap+Bp^2+Cp^3+\ldots\ldots \qquad \text{IV.}$$

wo die Werthe der unbestimmten Coefficienten von den im §. 20 befindlichen

bloſs darin abweichen, daſs q, q' u. s. w. nicht mit den dortigen gleichnamigen Gröſsen einerley sind. Hiernach würde die Nutzwirkung des einzelnen Hubes

$$k = ws - \pi\varrho^3 \sin\varphi \qquad \text{V.}$$

seyn, wenn man sich nämlich eine Wassersäule vorstellt, deren Grundfläche $= a'$ oder $\pi\varrho^2$ und Höhe $= 2\varrho \sin\varphi$ ist, und annehmen darf, daſs vermöge der schrägen Lage der Ventilklappe die Hälfte des Wassercylinders $2\pi\varrho^3 \sin\varphi$ wieder in die Leitröhre zurücktritt. Indessen mag die zurückgehende Portion aus den bereits im §. 16 angegebenen Gründen immer etwas gröſser seyn.

Anmerkung. Wenn $y = l' + \frac{w}{a''} x$ gesetzt wird, so läſst sich das Integral IIII aus §. 21 auch für diesen Fall gebrauchen, indem der dortige Werth von μ in den hiesigen $= 0{,}00044 \frac{\lambda}{\sqrt{a}} + 0{,}0417 \left(\frac{a}{a'}\right)^2$ übergehen, und hierauf noch $\frac{0{,}000645\, a^2 \varepsilon^2}{[\pi\varrho(r^2 - \varrho^2)]^2} s^3 + \frac{0{,}25 p' \varepsilon}{a' v^2 \gamma' \varrho} s^2 = \sigma s^3 + \tau s^2$ hinzugesetzt werden muſs. Dadurch entstehen nach Maſsgabe von §. 21. V u. f. die Gleichungen:

1.) $$\frac{a^2 v^2}{4 g w^2} + \frac{v^2}{H} \left[\frac{3\alpha\beta}{2 v^2 \varkappa} \operatorname{logn} \frac{\varkappa + \beta}{\varkappa - \beta} + \frac{\alpha}{2 v^2} \operatorname{logn} \alpha\right]$$
$$= \frac{v^2}{H} \left[\frac{3\alpha\beta}{2v^2\varkappa} \operatorname{logn} \frac{\varkappa + \beta + 2\gamma s}{\varkappa - \beta - 2\gamma s} + \frac{\alpha}{2v^2} \operatorname{logn} (\alpha - \beta s - \gamma s^2) + \sigma s^3 + \tau s^2 + \mu s\right],$$ oder wie oben abgekürzt:

2.) $$i = \operatorname{logn} \left(\frac{\varkappa + \beta + 2\gamma s}{\varkappa - \beta - 2\gamma s}\right)^{\psi} (\alpha - \beta s - \gamma s^2)^{\nu} + \sigma s^3 + \tau s^2 + \mu s;$$

3.) $$(i - \sigma s^3 - \tau s^2 - \mu s) \operatorname{logn} e = \operatorname{logn} \left(\frac{\varkappa + \beta + 2\gamma s}{\varkappa - \beta - 2\gamma s}\right)^{\psi} (\alpha - \beta s - \gamma s^2)^{\nu};$$

4.) $$e^{\frac{i - \sigma s^3 - \tau s^2 - \mu s}{\psi}} = \left(\frac{\varkappa + \beta + 2\gamma s}{\varkappa - \beta - 2\gamma s}\right) (\alpha - \beta s - \gamma s^2)^{\frac{\nu}{\psi}};$$

5.) $$e^{\frac{i}{\psi}} = \left(\frac{\varkappa + \beta + 2\gamma s}{\varkappa - \beta - 2\gamma s}\right) (\alpha - \beta s - \gamma s^2)^{\frac{\nu}{\psi}} . \, e^{\frac{\sigma s^3 + \tau s^2 + \mu s}{\psi}}.$$

Diesemnach muſs die Reihe VIII im §. 21. noch mit $e^{\frac{\sigma s^3}{\psi}} = \left(1 + \frac{\sigma s^3}{\psi} + \frac{\sigma^2 s^6}{2\psi^2} + \frac{\sigma^3 s^9}{6\psi^3} + \ldots\right)$ und mit $e^{\frac{\tau s^2}{\psi}} = \left(1 + \frac{\tau s^2}{\psi} + \frac{\tau^2 s^4}{2\psi^2} + \frac{\tau^3 s^6}{6\psi^3} + \ldots\right)$

multiplicirt werden, welches leicht genug angeht, und hernach die Werthe von q, q' u. s. w. bestimmen läſst, um in der letzten Reihe $s = Ap + Bp^2 + Cp^3$ u. s. f. gebraucht zu werden, wenn man k für den Stoſsheber mit einem Klappenventil im Windkessel vermittelst des vollständigern Ausdrucks für diese Gröſse berechnen wollte. Doch ist es leicht einzusehen, daſs hier sich nicht p, wohl aber der Werth von q, q' u. s. w. ändern kann.

Vierter Abschnitt.

Von der beschleunigten Bewegung des ausflieſsenden Wassers, und der zur Druckhöhe gehörigen Geschwindigkeit bey Stoſshebern.

---

§. 23.

So lange das Wasser der Leitröhre nicht auf den tropfbaren und elastischen Inhalt der Steigröhre und des Windkessels einwirkt, also das Steigeventil nicht geöffnet ist, muſs allerdings die beschleunigte Bewegung und die zu einerley Druckhöhe gehörige Geschwindigkeit c oder v ganz dieselbe seyn, wenn nur die Abmessungen der Leitröhre unverändert bleiben. Aber es läſst sich schon aus dem Wenigen, was im §. 5 über die ungleiche Zurückwirkung des Wassers in der Steigröhre gesagt worden ist, einsehen, daſs nicht nur das Zeitverhältniſs der vor- und rückwärts gehenden Bewegung des Wassers, sondern auch die ganze Dauer eines Hubes verschieden seyn müsse, je nachdem der Stoſsheber mit einem Windkessel versehen ist oder nicht. Ohne uns indessen hier auf eine Zeitvergleichung bey der ersten und zweyten Einrichtung dieser Maschine einzulassen, ist es doch unumgänglich nöthig, die Gröſse jedes einzelnen Theils der auf einen ganzen Hub verwandten Zeit $T = t + t' + t'' + t'''$ zu bestimmen. Von diesen Theilen bezeichnet der erste die Zeit der vorwärts, der zweyte die Zeit der rückwärts gehenden Bewegung; der dritte die Zeit des Stillstandes nach der ersten, und der vierte die gleichnamige Zeit nach der zweyten Bewegung des Wassers. Unstreitig ist unter allen der

erste

erste t der wichtigste; weil ohne ihn die zur Druckhöhe gehörige Geschwindigkeit des ausfliefsenden Wassers nicht gehörig bestimmt werden kann. Auch dürfen hier, wie die Folge zeigen wird, keine Hunderttheile einer Secunde aus der Acht gelassen werden, wenn nicht beträchtliche Abweichungen unter den Rechnungsresultaten zum Vorschein kommen sollen.

§. 24.

Stände ein Mittel zu Gebot, die Zeit der vorwärts und rückwärts gehenden Bewegung des Wassers in der Leitröhre unmittelbar genau zu messen: so würde sich nicht nur das Zeitverhältnifs $t : t'$ in jedem besondern Fall, sondern auch das Gesetz überhaupt bestimmen lassen, welches dabey zum Grunde gelegt werden mufs. Man hat es aber nur in seiner Gewalt, vermittelst des am Sperrventil angebrachten Regulators die Summe der Verhältnifsglieder $t + t'$, mit Einschlufs der beiden Gröfsen t'' und t''', willkührlich zu bestimmen. Daher lassen sich die bey den folgenden Aufgaben obwaltenden Schwierigkeiten schwerlich beseitigen. Soviel ist indessen aus Erfahrung gewifs, dafs die Zeit der vorwärts gehenden Bewegung die der rückgängigen übertrifft. Um aber das Verhältnifs genauer kennen zu lernen, wird es ohne Zweifel nöthig seyn, mit Stofshebern von gröfserm und gröfstem Kaliber noch Versuche anzustellen, welche gerade hierauf abzwecken. Vielleicht würden gläserne graduirte Einsätze in der Leitröhre, die mit den übrigen Theilen der letztern einerley Form und Weite haben, hier gute Dienste thun, indem sich die im Wasser befindlichen fremdartigen Körper, besonders die vor- und rückwärts gehenden Luftblasen, durch sie beobachten, und die Räume, welche die letztern nach entgegen gesetzter Richtung durchlaufen, genau abmessen lassen. Zwar scheint die auf- und nieder gehende Bewegung der Sperrscheibe, welche in den Eytelweinschen Bemerkungen u. s. w. eben so sinnreich als geschickt in einer gebrochenen Linie dargestellt worden ist, über das Gesetz des Zeitverhältnisses $t : t'$ einiges Licht zu verbreiten. Allein genauer betrachtet macht sie diesen Gegenstand nur noch räthselhafter, und führt sogar auf unnatürliche Behauptungen, wenn man annehmen wollte, dafs durch ihre geraden Theile die Ruhe, und durch ihre gekrümmten die Bewegung des Wassers angedeutet werde. Denn

1. sie zeigt für die Sperrscheibe, nach dem Auf- und Nieder-Gange, einen so langen Zustand der Ruhe an, dafs es mit keinen Gesetzen der Dyna-

mik verträglich ist, wenn man glauben wollte, das Wasser bleibe vor und nach dem Stoſse eben so lange in Ruhe. Allerdings findet bey dem Wechsel der entgegen gesetzten Bewegung ein Stillstand des Wassers Statt. Aber dieser ist, wie der Augenschein lehret, so sehr momentan, daſs er schwerlich mit einer der besten Tertien-Uhren ganz genau gemessen werden kann. Daſs aber die Sperrscheibe im ersten Augenblick der vorwärts gehenden Bewegung so wenig steigt, als im ersten Augenblick der rückgängigen Bewegung fällt, rührt einerseits davon her, daſs das Gewicht dieses Körpers durch ein Minimum der Gröſse der Bewegung nicht überwältigt werden kann, und auf der andern Seite von der Adhäsion an den Rändern der Ventilöffnung, wie auch von dem im Kropfe nur langsam sinkenden Wasser, noch eine Zeit lang getragen, am Fallen also gehindert wird.

2. Da das eigenthümliche Gewicht der Sperrscheibe von dem des Wassers beträchtlich abweicht, so ist ganz klar, daſs sie nicht eine identische Geschwindigkeit der Bewegung mit ihm haben könne, folglich sich während ihres Aufsteigens langsamer, und bey ihrem Niedergange schneller bewegen müsse, als das Wasser.

Um dieser unbestreitbaren Gründe willen kann also die Bewegung der Sperrscheibe so wenig für ein Kriterium rein theoretischer Formeln, als für ein treues Abbild der Bewegung des Wassers in der Leitröhre angesehen werden; sondern es sind zur Lösung des schwierigen Problems von dem Zeitverhältnisse $t : t'$ noch anderweitige Erfahrungen nöthig.

Anmerkung. In der ersten Tabelle des §. 27 der gedachten Bemerkungen über den Stoſsheber u. s. w. S. 100, sind vermittelst der Abscissen und Ordinaten der aufsteigenden Curve die Räume berechnet worden, durch welche die Sperrscheibe sich bey ihrem Erheben bewegt. Die Raumeinheit ist eine Viertel-Linie, die Zeiteinheit sechs Viertel-Terzien. Dies giebt folgende Reihen:

Räume:	1	5	9	13	25	37	49
Zeit-Theile:	1	2,16	3,16	3,5	4,66	5,33	6

Um sie mit der gleichförmig beschleunigten Bewegung leichter vergleichen zu können, läſst sich mit Hülfe der Interpolation folgende Abänderung machen:

Durchlaufene Räume.	Zeit der gleichf. beschl. Bewegung	Zeit der unglförm. beschl. Bewegung	Potenzen der verfloss. Zeit für die 2te Beweg.
1	1	1,00	6^0
4	2	2,08	$(12,5)^{0,54886}$
9	3	3,16	$(19)^{0,74623}$
16	4	3,91	$(23,5)^{0,87827}$
25	5	4,66	$(28)^{0,96612}$
36	6	5,33	$(32)^{1,03398}$
49	7	6,00	$(36)^{1,08603}$
mal $\frac{1}{4}$ Linie	mal $\frac{6}{4}$ Terzien	mal $\frac{6}{4}$ Terzien	um die Zahlen in der ersten Spalte zu geben.

Verwandelt man die Räume in Decimalfuſse, die Zeittheile in Secunden, betrachtet die erstern als Ordinaten, die letztern als Abscissen, drückt den jedesmaligen Werth von der Abscisse x durch $\frac{0{,}025}{0{,}025}$, $\frac{0{,}05416}{0{,}025}$, $\frac{0{,}07916}{0{,}025}$ u. s. w. aus, nimmt $1 + 0{,}025 = b$ zur Grundzahl an, und subtrahirt von jeder gefundenen Ordinate wieder 1 (um die Ordinatenreihe nicht von Null anzufangen): so erhält man eine Art von Logistik, deren Gesetz beynahe ist $y = b^{x^{1,9}}$, wie folgende Vergleichungstafel zeigt:

Abscissen in Secunden ausgedrückt	Ordinaten durch Versuche gefunden	Ordinaten durch Rechnung gefunden.
0,02500	0,020833	0,020833
0,05416	0,104166	0,0925
0,07916	0,187500	0,2019
0,09166	0,270833	0,2750
0,11666	0,520833	0,4685
0,13333	0,770833	0,6409
0,15000	1,020833	0,8157

Die veränderlichen Potenzen in der ersten Tafel, und die logarithmischen Verhältnisse in der zweyten, dienen allerdings zum Beweise, daſs die Bewegung des Wassers in der Leitröhre ungleichförmig beschleunigt ist. Das dürfte aber auch wohl nur der einzige Nutzen seyn, welchen die angeführte Linie gewährt; wenn nicht etwa verstattet ist anzunehmen, daſs bloſs ihre geschlängelten Stellen, als Wirkungen der ungestörten Vibration vom Aufschlagen des Metals auf Metal, die Zeit des Stillstandes der stoſsenden Flüssigkeit, die übrigen geraden und gekrümmten Theile hingegen die Dauer der vor- und rückwärts gehenden Bewegung ausdrücken. Unter dieser Voraussetzung würde man folgende Verhältniſszahlen erhalten, welche in Theilen der ganzen Dauer eines Hubes (nämlich den Abstand des Anfangs- und End-Punkts der einem ganzen Hube

zugehörigen gebrochenen Linie mittelst irgend eines fein getheilten Maſsstabes gemessen) ausgedrückt worden sind.

(Vergl. Bemerkungen über den Stoſsheber u. s. w.)

	Fig. 26.	Fig. 27.	Fig. 28.	Fig. 29.	Fig. 30.	Mittelzahl.
+ Beweg.	0,790	0,527	0,582	0,767	0,658	0,6648
ober. Stillst.	0,039	0,105	0,062	0,039	0,051	0,0592
— Beweg.	0,144	0,298	0,309	0,164	0,225	0,2280
unter. Stillst.	0,025	0,062	0,044	0,027	0,064	0,0444
Zeit der Ruhe	0,064	0,167	0,106	0,066	0,115	0,1036

Nach Maſsgabe der letzten Columne würde im Mittel $0,67 + 0,23 + 0,1 = 1,00$, also $t : t' = 0,67\ T : 0,23\ T$ anzunehmen seyn.

§. 25.

Auſser dem richtigen Zeitverhältnisse $t : t'$, kommt es bey der Theorie auch noch darauf an, ob die beschleunigte Bewegung während der Zeit t durchaus beschleunigt bleibt, oder gegen das Ende derselben in eine verzögerte übergeht. Man sieht leicht ein, daſs hier alles auf dem Umstande beruhet, ob die Sperrscheibe oder Sperrklappe sich mit dem Wasser gleichförmig bewegt, oder nicht. Findet das erstere Statt, so ist es vollkommen gleichgültig, ob man sich einen festen Körper, oder einen eben so groſsen Wassercylinder in dem fortgeschobenen Raume der ausflieſsenden Masse denkt. Findet aber das letztere Statt, so muſs der Raum des Durchgangs desto mehr verengt werden, je näher die Scheibe oder Klappe den Rändern der Ventilöffnung kommt: folglich kurz vor dem Schlage die Ausfluſsmenge des Wassers, und die von ihr abhängende Geschwindigkeit allerdings kleiner ausfallen, als sie nach Maſsgabe der verflossenen Zeit t seyn sollte. Da es für jetzt wenigstens eine vergebliche Arbeit seyn würde, sich auf die hierdurch nöthig werdende Berichtigung der Geschwindigkeitsformeln einzulassen: so muſs diese Schwierigkeit im Kalkul vermittelst einer guten Einrichtung des Stoſshebers möglichst beseitigt werden. Dies letztere wird aber ohne Zweifel eher angehen, wenn am Sperrventil eine Scheibe, als wenn daran eine Klappe angebracht ist; weil jene, theils wegen ihres geringern Gewichts, theils wegen der geringern Reibung, weit leichter im Stande ist, die Bewegung des ausflieſsenden Wassers mehrentheils anzunehmen, als die schwerere und mit Scharnieren versehene Klappe.

1. Anmerkung. Um die Geschwindigkeit des an das Steigeventil schlagenden

Wassers durch einen unmittelbaren Versuch kennen zu lernen, könnte man eine einfache Percussions-Maschine, z. B. ein einfaches Pendel, mit dem Stoſsheber am Ende seiner Leitröhre in Verbindung bringen. Daſs jene Geschwindigkeit bey weitem nicht so groſs sey, als die bekannten Geschwindigkeitsformeln für den Beharrungs-Zustand sie geben würden, lehret der Augenschein, wenn man bey durchsichtigen Leitröhren den unbedeutenden Raum z §. 28, V betrachtet.

2. Anmerkung. Wenn in §. 27 der Bemerkungen über den Stoſsheber gesagt wird, daſs aus der dortigen 28 Fig. sich schlieſsen lasse, die Geschwindigkeit (eigentlich der Sperrscheibe, aber doch auch des ausflieſsenden Wassers — s. oben) werde anfangs beschleunigt, gegen das Ende aber verzögert: so ist das für die Theorie kein erfreulicher Umstand.

§. 26.

1. Aufgabe. Die Geschwindigkeit v zu bestimmen, welche das ausflieſsende Wasser während der Zeit t erlangt, wenn seine Bewegung durchaus beschleunigt ist.

Auflösung. Es sey die Druckhöhe des Wassers $= h$, die gesammte Widerstandshöhe $= h'$, die Querschnittsfläche des Druckbehälters $= A$, der Leitröhre $= a$, ihre Länge $= \lambda$, der Raum, durch welchen sich ein Punkt der Wassersäule während der Zeit t geradlinig bewegt, $= z$, die Tiefe, um welche ein Punkt in der Oberfläche des Druckwassers (dessen Höhe jedoch unveränderlich ist) unterdessen sinkt, $= z'$: so muſs $z' = \frac{a}{A} z$ seyn. Behielte der ganze tropfbare Inhalt der Leitröhre, nämlich alles Wasser, welches im Verlauf der Zeit t in ihr eine horizontale Bewegung annehmen muſs, die ihm mitgetheilte Bewegung bis ans Ende der Zeit t: so würde die Summe der in Bewegung zu erhaltenden Masse

$$M = \left(\lambda + \frac{a}{A} z\right) a\gamma' \qquad \text{I.}$$

seyn. Es geht aber auch durch die Öffnung des Sperrventils aus der Leitröhre gerade so viel Wasser verloren, als aus dem Druckbehälter in sie hineintritt. Folglich bleibt die zu bewegende Masse nur

$$M' = a\lambda\gamma'; \qquad \text{II.}$$

vorausgesetzt, daſs das Sperrventil nicht unter Wasser liegt, und die ausflieſsende Portion sich augenblicklich von der noch eingeschlossenen (mit Hülfe der Schwere) trennen kann. Solchemnach ist die beschleunigende Kraft

$$\frac{p}{M'} = \frac{h - h'}{\lambda}. \qquad \text{III.}$$

Aber eben diese Kraft ist auch

$$\frac{p}{M'} = \frac{dv}{2g\,dt}. \qquad \text{IV.}$$

Durch Verbindung von III und IV erhält man

$$\frac{2g\,(h - h')\,dt}{\lambda} = dv. \qquad \text{V.}$$

Darf nun der Adhäsionswiderstand in der Leitröhre $= 0{,}00044\,\frac{\lambda}{\sqrt{a}}\,v^2$, der Contractionswiderstand in der Ein- und Ausmündung der Leitröhre $= 0{,}0834\,v^2$ gesetzt werden: so ist $h' = (0{,}00044\,\frac{\lambda}{\sqrt{a}} + 0{,}0834)\,v^2$, oder abgekürzt $= \zeta v^2$. Dieser Werth in die Gleichung V gesetzt, giebt

$$\frac{2g\,dt}{\lambda} = \frac{dv}{h - \zeta v^2},$$

wo bloſs t und v veränderlich sind, und man erhält das Integral

$$\frac{2gt}{\lambda} = Const + \frac{1}{2\sqrt{h\zeta}}\,logn\,\frac{\sqrt{h} + v\sqrt{\zeta}}{\sqrt{h} - v\sqrt{\zeta}}.$$

Für $v = 0$ ist nicht nur t, sondern auch $\frac{1}{2\sqrt{h\zeta}}\,logn\,1$ und $Const = 0$: folglich

$$t = \frac{\lambda}{4g\sqrt{h\zeta}}\,logn\,\frac{\sqrt{h} + v\sqrt{\zeta}}{\sqrt{h} - v\sqrt{\zeta}}; \qquad \text{VI.}$$

$$\text{und } v = \frac{(e^{\sigma t} - 1)\sqrt{h}}{(e^{\sigma t} + 1)\sqrt{\zeta}}, \qquad \text{VII.}$$

wenn $\sigma = \frac{4g\sqrt{(h\zeta)}}{\lambda}$ gesetzt wird.

§. 27.

Obgleich die Geschwindigkeit v zunimmt, wenn man die Zeit t des Ausflusses, oder die Zeit T eines ganzen Hubes, etwas verlängert: so läſst sich

doch nicht unbedingt von einer gröſsern Geschwindigkeit oder von langsamern Schlägen dieser Maschine, eine gröſsere Nutzwirkung erwarten. Die physischen Gründe hiervon liegen zwar etwas versteckt, und müssen in dem Verhältnisse des Widerstandes zu irgend einer Potenz der Geschwindigkeit gesucht werden. Aber dagegen sind auch die analytischen Gründe, welche der Kalkul hergiebt, desto einleuchtender.

Betrachten wir nämlich die Formeln VIII und IX im §. 21, welche als die richtigern und brauchbarern Integrale anzusehen sind: so hängt die Nutzwirkung des einzelnen Hubes von den Gröſsen p und q ab; denn es ist

$$k = \frac{p}{q} - s' \pi \varrho^2, \qquad \text{I.}$$

wenn nämlich p nicht gröſser, oder doch nur um sehr Weniges gröſser als 1 ist; in welchem Fall die Reihe VIII im §. 21 so schnell convergirt, daſs nur das erste Glied $= \frac{p}{q}$ entwickelt werden darf. Es ist ferner

$$p = e^{\frac{i}{\psi}} - \left(\frac{\varkappa + \beta}{\varkappa - \beta}\right) \alpha^{\frac{\nu}{\psi}} \qquad \text{II.}$$

$$q = \alpha^{\frac{\nu}{\psi}} \left[\frac{1}{\psi}\left(\mu - \frac{\beta\nu}{\alpha}\right)\left(\frac{\varkappa + \beta}{\varkappa - \beta}\right) + 2\gamma\left(\frac{\varkappa + \beta}{(\varkappa - \beta)^2} + \frac{1}{\varkappa - \beta}\right)\right]; \qquad \text{III.}$$

$$i = \frac{a^2\left(h + \frac{v^2}{4g} + b\varkappa\right)}{4gw^2} + \nu \; logn \; \alpha + \psi \; logn \left(\frac{\varkappa + \beta}{\varkappa - \beta}\right); \qquad \text{IV.}$$

$$\nu = \frac{\alpha}{2v^2}; \qquad \text{V.}$$

$$\psi = \frac{3\alpha\beta}{2\varkappa v^2}. \qquad \text{VI.}$$

Natürlich muſs k desto gröſser werden, je gröſser $\frac{p}{q}$ ist. Aber bey diesem p kommt es darauf an, daſs e^i recht groſs, und alles was diese letztere Gröſse durch Abzug oder Division vermindert, besonders also q, so klein wie möglich wird. Die erste dieser Bedingungen erfordert, daſs die Coefficienten der natürlichen Logarithmen, ν und ψ, nicht zu klein werden, weil das erste Glied im zweyten Theil von IV nur ein unbedeutender Bruch ist, und folglich die beiden übrigen

Glieder das ersetzen müssen, was jenem abgeht. Nun ist aus V und VI klar, daſs ν und ψ um so kleiner werden müssen, je gröſser v genommen wird, also je langsamer die Schläge des Sperrventils aufeinander folgen. Die zweyte der vorhergehenden Bedingungen setzt ebenfalls voraus, daſs ν ein beträchtlicher Coefficient für β in III sey, weil dann $\frac{\beta\nu}{\alpha} > \mu$, folglich das ganze erste Glied in der Parenthese negativ wird, und eben darum das zweyte oder unveränderliche Glied vermindert. Dies hört aber auf, sobald der umgekehrte Fall $\frac{\beta\nu}{\alpha} < \mu$ eintritt; denn jetzt vermehrt das erste Glied das zweyte, und eben darum wird q desto gröſser, folglich $\frac{p}{q}$ schon desto kleiner an sich.

Dazu kommt noch der wichtige Umstand, daſs die Maschine innerhalb eines gröſsern Zeitverlaufs, z. B. von einem Tage, desto weniger Schläge machen kann, je mehr Zeit ein jeder einzelner Hub wegnimmt. Wenn daher bey einer etwas längern Zeit t' des Ausflusses die einzelne Nutzwirkung k auch ein wenig gröſser ausfallen sollte, als eine andere während einer kleinern Zeit t: so ist darum nicht auch jedesmal die Gesammtwirkung K, nach Verlauf von einem Tage oder gar von einer Woche, gröſser. Die Abmessung der Zeit t vermittelst des Regulators an der Sperrscheibe verlangt also eine besondere Vorsicht, wenn nicht ohne Noth K kleiner werden soll, als es bey einer bessern Zeitabtheilung der Schläge seyn würde. Die folgenden Rechnungsfälle werden dies noch anschaulicher machen, und zugleich eine Anleitung geben, wie II, III und IV im gegenwärtigen §. zu behandeln sind.

Erster Fall.

Es sey die Barometerhöhe $b = 2{,}36$, des cylindrischen Windkessels innere Höhe (im Lichten) $f = 1$, die Druckhöhe $h = 7{,}6$, die Höhe der Steigröhre $l = l' = 31{,}7$, die Länge der Leitröhre $\lambda = 42{,}5$, des Windkessels Halbmesser $r = 0{,}3$, der Steigscheibe Halbmesser $\varrho = 0{,}06$, und Erhebungshöhe $s' = 0{,}017$ rheinl. Fuſs; der Querschnitt des Druckbehälters $A = 1{,}84$, der Leitröhre $a = 0{,}0256$ (des Sperrventils Öffnung wenigstens eben so groſs), des Steigeventils $a' = 0{,}0033$, die Weite der Steigröhre $a'' = 0{,}0054$, des Windkessels $w = 0{,}2827$ Quadratfuſs; das eigenthümliche Gewicht des Quecksilbers

silbers $\varepsilon = 13{,}568$ und die Zeit der vorwärts gehenden Bewegung $t = 0{,}62$ Secunden: so giebt die Rechnung $v = 3{,}12\ f$ nach VII §. 26, $\alpha = 32{,}03$; $\beta = 63{,}75$; $\gamma = 52{,}35$; $\varkappa = 103{,}77$; $\frac{\varkappa + \beta}{\varkappa - \beta} = 4{,}2$; $\mu = 2{,}62$; $\nu = 1{,}63\ldots$; $\psi = 3{,}02\ldots$; $\frac{\nu}{\psi} = 0{,}54$. Bey der eigentlichen Rechnung sind nun folgende Regeln zu beobachten:

1. Regel: da das erste Glied rechterhand in IV. ein sehr unerheblicher Bruch, z. B. 0,005 ist, so kann es, wenn man will, ganz vernachlässigt werden.
2. Regel: dagegen sind die beiden übrigen Glieder so vollständig als möglich zu entwickeln.
3. Regel: von den e^i vermindernden oder theilenden Gröſsen werden, auſser den ganzen Zahlen, bloſs die ersten und zweyten Decimaltheile der Brüche, sie mögen Factoren oder Exponenten u. s. w. seyn, gebraucht.

Hiernach findet man

$$\begin{aligned} logn\ 3203 &= 8{,}071843 \\ -\ logn\ 100 &= 4{,}605170 \\ logn\ \alpha &= 3{,}466673 \\ 1{,}642\ logn\ \alpha &= 5{,}692275 \\ 3{,}0259\ logn\ 4{,}2 &= 4{,}339393 \\ i &= 10{,}031668 \\ \frac{i}{3{,}0} &= 3{,}34. \end{aligned}$$

Nach den Vega'schen logar. trigon. Tafeln Bd. 2. S. 142 u. f. ist $e^{3{,}34} = 28{,}219$. Hiervon abgezogen $\left(\frac{\varkappa + \beta}{\varkappa - \beta}\right) \alpha^{0{,}54} = 27{,}209$, läſst $p = 1{,}01$ und *log vulg* $p = 0{,}0043214$.

Ferner hat man $\frac{1}{3}\left(\mu - \frac{\beta\nu}{\alpha}\right) = 0{,}216$;

$$\begin{aligned} log\ 0{,}216 &= 0{,}3344538 - 1 \\ log\left(\frac{\varkappa + \beta}{\varkappa - \beta}\right) &= 0{,}6217896 \\ log\ 0{,}90415 &= 0{,}9562434 - 1. \end{aligned}$$

Dann giebt die Rechnung $\frac{\varkappa + \beta}{(\varkappa - \beta)^2} = 0{,}10$ und $\frac{1}{\varkappa - \beta} = 0{,}02.$

$$log\ 0{,}12 = 0{,}0791812 - 1$$
$$log\ 2 = 0{,}3010300$$
$$log\ \gamma = 1{,}7189320$$
$$log\ 12{,}564 = 1{,}0991432.$$

Von dieser letzten Zahl 0,904 abgezogen, läfst 11,66 und

$$log\ 11{,}66 = 1{,}0644580$$
$$log\ \alpha^{0{,}54} = 0{,}8129275$$
$$log\ q = 1{,}8773855.$$

Oben war $log\ p = 0{,}0043214$

$$-\ log\ q = 1{,}8773855$$
$$log\ s = 0{,}1269359 - 2$$
$$log\ w = 0{,}4513258 - 1$$
$$log\ 0{,}0037867 = 0{,}5782617 - 3.$$

Hiervon abgezogen $s'\pi\varrho^2 = 0{,}000192$ giebt die Nutzwirkung $k = 0{,}003594$ Kubikfufs, und $log\ k = 0{,}5555781 - 3.$

Bestimmt man jetzt, nach Mafsgabe des letzten Täfelchens in der Anm. zu §. 24. durch Proportionssätze die Dauer des ganzen Hubes $= t + t' + (t'' + t''') = 0{,}619 + 0{,}212 + 0{,}092 = 0{,}923$ Secunden, so finden in 24 Stunden $\frac{86400}{0{,}923} = 93607$ Schläge Statt, vermittelst welcher 983 Kubikfufs Wasser 25,1 Fufs hoch gefördert werden können.

Zweyter Fall.

Alles übrige bleibt wie vorher; nur ist $t = 0{,}7$ Secunden, also $v = 3{,}45$ Fufs, $\nu = 1{,}34205$ und $\psi = 2{,}4733.$ Das giebt

$$logn\ \alpha^{\nu} = 4{,}652445$$
$$logn\ 4{,}2^{\psi} = 3{,}549391$$
$$i = 8{,}201836,$$

durch 2,47 dividirt $= 3{,}32$ und $e^{3{,}32} = 27{,}6603.$ Hiervon 27,209 abgezo-

gen, läſst $p = 0,4513$ und $\log p = 0,6544653 - 1$. Dagegen erhält man $\frac{1}{2,47}\left(\mu - \frac{\beta v}{\alpha}\right) = 0,02914$ und

$$\log 0,02914 = 0,4644895 - 2$$

$$\log \frac{\varkappa + \beta}{\varkappa - \beta} = 0,6217896$$

$$\log 0,12197 = 0,0862791 - 1.$$

Diese letzte Zahl von 12,564 abgezogen, läſst 12,44 und

$$\log 12,44 = 1,0948204$$

$$\log \alpha^{0,54} = 0,8129275$$

$$\log q = 1,9077479.$$

Oben war $\log p = 0,6544653 - 1$

$$-\log q = 1,9077479$$

$$\log s = 0,7467174 - 3$$

$$\log w = 0,4513258 - 1$$

$$\log 0,0015777 = 0,1980432 - 3.$$

Hiervon abgezogen 0,000192, bleibt $k = 0,0013857$ Kubikfuſs. Nun sind, nach Maſsgabe von §. 24 Anm. die Zeittheile $t + t' + (t'' + t''') = 0,7 + 0,24 + 0,104 = 1,04$ Secunden. Diese verstatten 83076 Schläge binnen 24 Stunden, und es können durch sie 115,11 Kubikfuſs Wasser zu der vorigen Höhe gehoben werden.

Dritter Fall.

Wird $t = 0,9$ Secunden genommen, so giebt die Rechnung $v = 4,14$ Fuſs, $v = 0,93509$, $\psi = 1,72333$, $i = 5,7147$, $\frac{i}{\psi} = 3,32$, $e^{3,32} = 27,6603$: folglich p wie vorhin. Dagegen aber ist das erste Glied in III $= \frac{2,6 - 1,86}{1,72}\left(\frac{\varkappa + \beta}{\varkappa - \beta}\right) = + 1,7589$: folglich $q = 14,19\ \alpha^{0,54} = 92,238$. Hieraus erhält man $k = 0,001191$ Kubikfuſs, die Summe der 4 Zeittheile $= 1,338$ Secunden, und die Summe aller Schläge in 24 Stunden $= 64125$, vermittelst welcher sich nur noch 76,203 Kubikfuſs Wasser fördern lassen.

Vergleichen wir nun alle drey Gesammtwirkungen miteinander, so ist die erste um 867,89 Kubikf. gröfser, als die zweyte, und diese um 38,9 Kubikfufs gröfser, als die dritte. Daraus geht also die theoretische Regel hervor, dafs die Maschine am vortheilhaftesten wirkt, wenn auf den ganzen Hub keine volle Secunde Zeit verwandt wird.

1. Anmerkung. In den Eytelwein'schen Bemerkungen scheinen die § §. 13 und 15 etwas Ähnliches zu sagen. Ist diese Deutung richtig, so dient sie zur Bestätigung der Theorie.

2. Anmerkung. Der erste Rechnungsfall ist von dem in der eben genannten Schrift aufgeführten 187. Versuch hergenommen, und die Gröfsen a', b, f, w sind nach Gutdünken bestimmt worden, weil ihre Angabe a. a. O. fehlt. Der Versuch gab mit 63 Schlägen 256 Decimal-Kubikzoll; die Rechnung giebt deren 227, also ein Minus von 29 Kubikzoll. Überhaupt giebt die Rechnung nach den hier entwickelten Formeln, wenn alles übrige gleich ist, kleinere Nutzwirkungen, als die Erfahrung sie aufzuweisen hat.

3. Anmerkung. Um zu untersuchen, ob sich für t ein Werth findet, welcher eine gröfste Nutzwirkung k giebt, mufs die Gleichung $dk = \frac{q\,dp - p\,dq}{q^2}$ gebraucht werden, in welcher p und q Functionen von v, also auch von t sind. Man erhält aus $q^2 = 0$ den Ausdruck $v = \sqrt{\frac{\beta}{\varkappa\mu}\left[0,5 - 3\alpha\gamma\left(\frac{1}{\varkappa - \beta} + \frac{1}{\varkappa + \beta}\right)\right]}$, welches jedoch eine unmögliche Gröfse ist.

§. 28.

2. Aufgabe. Die Menge des in der Zeit t mit immer beschleunigt bleibender Bewegung ausfliefsenden Wassers zu finden.

Auflösung. Es sey diese Menge in Kubikfufsen ausgedrückt $= q$, der Raum, durch welchen sich ein Wassertheilchen während der Zeit t geradlinig bewegt, $= z$, und die Querschnittsfläche der Leitröhre, wie oben, $= a$: so ist $q = az$. Ferner sey die Geschwindigkeits-Höhe $= h - \zeta v^2$, und die Druckhöhe unveränderlich: so entsteht aus der bekannten Gleichung $d(h - \zeta v^2) = \frac{p}{M'} dz$ der Ausdruck

$$\frac{p}{M'} = -2\zeta \frac{v\,dv}{dz}. \qquad \text{I.}$$

Da die bewegende Kraft p hier dem Gewicht der Wassersäule $a\,(h - \zeta\, v^2)$ und die zu bewegende Masse M' dem Gewicht des flüssigen Inhalts der Leitröhre $a\lambda$ gleich ist: so erhält man die beschleunigende Kraft $\frac{p}{M'} = \frac{h - \zeta\, v^2}{\lambda}$, wie im §. 26 Num. III. Wird nun dieser Werth von $\frac{p}{M'}$ gebraucht, so giebt I die Differentialgleichung

$$d\,z = -\,2\,\lambda\,\zeta\,\frac{v\,d\,v}{(h - \zeta\,v^2)}, \qquad \text{II.}$$

deren vorläufiges Integral ist:

$$z = Const - \lambda\,\zeta\; logn\,(h - \zeta\,v^2).$$

Da ohne eine vorhandene Geschwindigkeit kein Weg zurückgelegt werden kann, folglich z von v ganz abhängt: so muſs für $v = 0$ auch $z = 0$ seyn, und es ist $Const = \lambda\,\zeta\; logn\; h$. Daher das vollständige Integral

$$z = \lambda\,\zeta\; logn\,\frac{h}{(h - \zeta\,v^2)}. \qquad \text{III.}$$

Vertauscht man v mit seinem Werthe aus §. 26 Num. VII, so entsteht der Ausdruck

$$z = \lambda\,\zeta\; logn\left(\frac{e^{\sigma t}}{4} + \frac{2}{4} + \frac{1}{4\,e^{\sigma t}}\right), \qquad \text{IV.}$$

oder wenn das dritte Glied in der Parenthese vernachlässigt wird:

$$z = \lambda\,\zeta\,[logn\,(e^{\sigma t} + 2) - logn\;4]. \qquad \text{V.}$$

In IV und V auf beiden Seiten mit a multiplicirt, giebt die während der Zeit t mit immer beschleunigter Bewegung ausflieſsende Menge Wasser

$$q = a\,\lambda\,\zeta\; logn\left(\frac{e^{\sigma t} + e^{-\sigma t} + 2}{4}\right), \qquad \text{VI.}$$

$$\text{oder} = a\,\lambda\,\zeta\,[logn\,(e^{\sigma t} + 2) - 1{,}386]; \qquad \text{VII.}$$

wo VII, in Hinsicht des Kalkuls, als eine bloſse Annäherungs-Formel betrachtet werden kann, wiewohl sie in practischer Hinsicht vor VI den Vorzug behaupten mögte.

1. Anmerkung. Im §. 26 war $\sigma = \frac{4g}{\lambda}\sqrt{h\,\zeta}$.

2. Anmerkung. Bey sehr weiten Leitröhren wird vielleicht VI mit der Erfah-

rung näher übereinstimmen, vorausgesetzt, daſs die Bewegung bis ans Ende der Zeit t beschleunigt bleibt.

§. 29.

Wäre q eine schon bekannte, v hingegen die gesuchte Gröſse: so würde Num. III aus §. 28 die Gleichung

$$v = \sqrt{\frac{h}{\zeta}}\,(1 - e^{-\pi}) \qquad \text{I.}$$

geben, in welcher der Exponent $\pi = \frac{q}{a\lambda\zeta}$ zu setzen ist. Durch Einführung dieses Werths von v in Num. VI §. 26. entsteht ein Ausdruck für die Zeit der vorwärtsgehenden Bewegung aus der Menge des ausgeflossenen Wassers:

$$t = \frac{\lambda}{4g\sqrt{h\zeta}}\, logn\, \frac{1 + \sqrt{(1 - e^{-\pi})}}{1 - \sqrt{(1 - e^{-\pi})}}. \qquad \text{II.}$$

Anmerkung. Wenn $q = 0{,}0156$ Kubikfuſs gesetzt wird, und a, h, λ die im §. 27. Num. 1 gebrauchten Werthe behalten, ζ hingegen zufolge des §. 26 $= 0{,}2002$ ist: so giebt hier Num. I die Geschwindigkeit $v = 1{,}6$ Fuſs, und Num. II die Zeit $t = 0{,}3$ Secunden. Vermindert man ζ nach und nach dergestalt, daſs es die Werthe $0{,}2002 = \zeta_{\text{I}}$; $0{,}1585 = \zeta_{\text{II}}$; $0{,}1376 = \zeta_{\text{III}}$; $0{,}1272 = \zeta_{\text{IV}}$ und $0{,}1168 = \zeta_{\text{V}}$ erhält: so giebt die Rechnung für ζ_{II}, $e^{-\pi} = e^{-0{,}09}$ und $t = 0{,}374''$; für ζ_{III} aber $e^{-\pi} = e^{-0{,}1042}$ und $t = 0{,}432''$; für ζ_{IV}, $e^{-\pi} = e^{-0{,}1127}$ und $t = 0{,}468''$; endlich für ζ_{V}, $e^{-\pi} = e^{-0{,}12275}$ und $t = 0{,}509$. Dies alles stimmt noch nicht mit dem im §. 27 angeführten Versuch überein, bey welchem der ganze Hub 0,95 Secunden dauerte. Nun giebt zwar ζ_{IV} ungefähr die Hälfte der verflossenen Zeit; aber der Ausfluſs dauert länger als $\frac{1}{2}$ T. Daraus läſst sich mit Gewiſsheit schlieſsen, daſs die Ausfluſs-Bewegung nicht bis ans Ende beschleunigt bleibt. Wie will man aber den Augenblick bestimmen, in welchem die Beschleunigung am gröſsten geworden ist, und anfängt, in eine verzögerte Bewegung überzugehen?

§. 30.

Sollte die Verzögerung gegen das Ende der Ausfluſs-Bewegung so bedeutend seyn, daſs sie ein oder gar mehrere Zehntel einer Secunde betrüge: dann läſst sich freylich keine Übereinstimmung der schlichten Theorie mit den Wirkungen des Stoſshebers erwarten, weil in diesem Fall die Abweichung der wirk-

lichen Bewegung vom Gesetze der Beschleunigung zu grofs ist. Wenn aber die Verzögerung in sehr enge Zeitgränzen eingeschlossen bleibt, so stehen ein Paar Mittel zu Gebot, die Theorie der Anomalie der Maschine anzuschmiegen, ohne sich gerade auf die Erfindung eines künstlichen Coefficienten einzulassen. Das erste Mittel würde darin bestehen, die volle Zeit t niemals in Rechnung zu bringen, so oft der Wasserverlust q gesucht wird, sondern so weit zu kürzen, dafs ungefähr $t = 0{,}5\ T$ wird. Das zweyte Mittel beruht auf der Verkleinerung von ζ, und setzt eine so grofse Empfindlichkeit der Formeln VI und VII im §. 28. voraus, dafs die kleinen Aenderungen des Coefficienten für die Contraction in der Ein- und Ausmündung der Leitröhre in den Rechnungsresultaten grofse Unterschiede hervorbringen. Diese Verkleinerung von ζ würde sich übrigens dadurch rechtfertigen, dafs der Contractions-Widerstand, vermittelst einer bekannten Form der Ein- und Ausmündungen, wirklich vermindert werden kann, und dafs im Kalkul darauf Rücksicht genommen werden mufs, wenn diese Form irgendwo bei Röhren-Öffnungen angebracht worden ist. Es kommt also darauf an, ob VI und VII im §. 28. durch die Einführung verschiedener Werthe des Contractions-Coefficienten, z. B. $\frac{1}{2} \cdot 0{,}0417$, $\frac{1}{4} \cdot 0{,}0417$, $\frac{1}{8} \cdot 0{,}0417$ etc. sich theils mit der Erfahrung, theils mit den übrigen hier entwickelten Formeln mehr in Übereinstimmung bringen lassen. Denn bey der Berechnung der Nutzwirkung k ist wenigstens eine Kürzung der Zeit des Ausflusses nicht nöthig, wiewohl eine Verminderung des Coefficienten ζ §. 26. allerdings die Rechnungsresultate der Erfahrung etwas mehr nähert.

Anmerkung. Wenn zum Behuf der Gröfse q die Zeit $t = \frac{1}{2}\ T$ gesetzt wird, so stimmt besonders Num. VII im §. 28. mit der Erfahrung so ziemlich überein. Z. B. Bem. üb. d. St. 187 Vers. $T = 0{,}95''$ also $t = 0{,}47''$. Für die im §. 27. gebrauchten Abmessungen giebt VI im §. 28 den Wasserverlust $q = 0{,}038$, VII aber $0{,}018$ Kubikfufs. Dies letztere ist nur um 4 Kubikzoll zu grofs. A. a. O. Vers. 182: $T = 0{,}82''$ also $t = 0{,}41''$. Die Formel VII §. 28. giebt $0{,}41\ \sigma = 0{,}84$, also $e^{\sigma t} = e^{0{,}84}$ und $q = 0{,}01655$, der Versuch dagegen $0{,}01356$ Kubikfufs, also den Unterschied noch nicht 3 Kubikzoll. Uebrigens vermögen beide Formeln, bey aller Empfindlichkeit, doch nicht, vermittelst der oben erwähnten kleinen Veränderungen des Contractions-Coefficienten, sehr von einander abweichende Resultate zu geben. Läfst man z. B. den zweyten Decimaltheil in $t = 0{,}47$ Vers. 187 weg, so ist nach

VI der, Wasserverlust $= 0{,}027$, nach VII aber $= 0{,}0035$ . . . . also schon um 10 Kubikzoll zu klein. Dessen ungeachtet giebt diese letztere Formel $q = 0{,}039$ Kubikfuſs für $0{,}0417v^2$ Contractions-Widerstand in jeder Mündung der Leitröhre; $q = 0{,}031$ Kubikf. für $\frac{1}{2} \cdot 0{,}0417v^2$; $q = 0{,}027$ Kubikf. für $\frac{1}{4} \cdot 0{,}0417v^2$; $q = 0{,}025$ Kubikf. für $\frac{1}{8} \cdot 0{,}0417v^2$, und $q = 0{,}023$ Kubikf. für $0 \cdot 0{,}0417v^2$, oder in diesem letzten Fall für $\zeta = 0{,}1168$, so lange nämlich die volle Zeit des Ausflusses in der Rechnung beybehalten wird.

2. Anmerkung. Auf die hier gebrauchten verschiedenen Werthe des Contractions-Coefficienten beziehen sich die in der Anmerkung des §. 29. vorkommenden Gröſsen ζ_{I}, ζ_{II} u. s. w.

3. Anmerkung. Daſs die Maschine den Wasserverlust q so merklich kleiner giebt, als die Rechnung, wenn in dieser die volle Zeit t gebraucht wird, rührt von der den freyen Ausfluſs hindernden Sperrscheibe her, welche der bewegten Wassermasse, während der letzten Theile der Zeit t, also gerade dann in den Weg tritt, wenn die Geschwindigkeit nicht nur, sondern auch die ausströmende Portion am gröſsten seyn würde. Natürlich lassen sich diese Abweichungen nicht beseitigen, ohne an den Formeln zu künsteln. Auch werden jene desto gröſser ausfallen, je schwerfälliger und unbeholfener die beweglichen Theile (die Ventilscheiben und Ventilklappen) oder je weiter die Leitröhren sind. Will man sich überzeugen, daſs die Formeln für q mit der Erfahrung übereinstimmen können, so muſs eine Vorrichtung am Sperrventil angebracht werden, vermittelst deren die Oeffnung und Verschlieſsung desselben ganz plötzlich erfolgt.

§. 31.

3. Aufgabe. Die Nutzwirkung des einzelnen Hubes von der dazu verbrauchten Wassermenge dergestalt abhängig zu machen, daſs k eine Function von q wird.

Ist man im Stande, die mit jedem Hube verloren gehende Wassermenge q ziemlich genau zu bestimmen: so muſs anstatt der im §. 21. entwickelten etwas weitläuftigen Ausdrücke noch eine andere Formel für die Nutzwirkung k beym Stoſsheber mit einem Windkessel gebraucht werden können, welche theils kürzer und bequemer in der Behandlung ist, theils auch den Vortheil gewähret, daſs bey der Rechnung auf den Barometerstand keine Rücksicht genommen werden darf. Eine weitläuftige Erörterung würde hier überflüssig seyn; daher genügen folgende Betrachtungen.

1. Die

1. Die Verdichtung der Luft im Windkessel hat eine gewisse Ähnlichkeit mit dem Zusammengedrücktwerden irgend einer festen verdichtungsfähigen Masse, vermittelst einer aufschlagenden Kugel u. dergl. Auch beruhen die oben im §. 21 entwickelten Formeln wirklich auf dem hiebey zum Grunde liegenden Gesetze des zunehmenden Widerstandes und der abnehmenden Beschleunigung. Daher läſst sich die Gröſse s ansehen als die Tiefe eines Lochs, welches durch das in den Windkessel eindringende Wasser in der eingeschlossenen Luftmasse gemacht wird. Unter dieser Voraussetzung ist

$$s = \frac{a\lambda v^2}{4ga''l}, \text{ oder } s = \frac{a^3 h\lambda\,(1 - e^{-\pi})}{4ga''lw^2\zeta}, \qquad \text{I.}$$

wenn nämlich der Werth von v aus I im §. 29 genommen und auf den Windkessel, so wie die bewegte Masse $a\lambda$ mit der widerstehenden Masse $a''l$ eben dahin übertragen wird. Hiebey ist nur noch zu erinnern, daſs zwar nach §. 26.

$$\zeta = 0{,}00044\,\frac{\lambda}{\sqrt{a}} + 0{,}0843$$

genommen werden müsse, wenn der Contractions-Widerstand nicht vermindert worden ist; im entgegengesetzten Fall aber die folgenden Formeln einen oder den andern Werth für ζ aus §. 29. Anmerkung erfordern.

2. Da $k = ws - s'\pi\varrho^2$ ist, so hat man auch aus I den Ausdruck:

$$k = \frac{a^3 h\lambda\,(1 - e^{-\pi})}{4ga''lw\zeta} - s'\pi\varrho^2. \qquad \text{II.}$$

Oben im §. 29 war $\pi = \frac{q}{a\lambda\zeta}$. Hiemit VI und VII im §. 28 verglichen, giebt

$$\pi = logn\left(\frac{e^{\sigma t} + e^{-\sigma t} + 2}{4}\right), \qquad \text{III.}$$

$$\text{oder} = logn\left(\frac{e^{\sigma t} + 2}{4}\right), \qquad \text{IV.}$$

wo in beyden Fällen $\sigma = \frac{4g\sqrt{h\zeta}}{\lambda}$ ist.

3. Wird $\frac{a^3 h\lambda}{4ga''lw\zeta} = \Gamma$ gesetzt: so ist $\frac{\Gamma(e^{\pi} - 1)}{e^{\pi}} = k + s'\pi\varrho^2 = ws$, und man erhält folgende Proportion: $logn\ e^{\pi} - logn\ (e^{\pi} - 1) = logn\ \Gamma - logn\ ws$,

das ist $\pi \, logn \, e - logn \, (e^{\pi} - 1) = logn \, \Gamma - logn \, ws.$ V.

In V aus III oder IV substituirt, giebt

$$logn \left(\frac{e^{\sigma t} + e^{-\sigma t} + 2}{4}\right) - logn \, (e^{\pi} - 1) = logn \, \Gamma - logn \, ws; \quad \text{VI.}$$

$$\text{oder } logn \left(\frac{e^{\sigma t} + 2}{4}\right) - logn \, (e^{\pi} - 1) = logn \, \Gamma - logn \, ws. \quad \text{VII}$$

Aus VI und VII erhält man endlich die beiden Ausdrücke

$$ws = \frac{\Gamma \, (e^{\pi} - 1)}{\frac{1}{4} (e^{\sigma t} + e^{-\sigma t} + 2)}, \quad \text{VIII.}$$

$$ws = \frac{\Gamma \, (e^{\pi} - 1)}{\frac{1}{4} (e^{\sigma t} + 2)}, \quad \text{IX.}$$

von denen VIII schon insofern den Vorzug verdient, als er der analytisch richtigere ist. Übrigens haben beyde die Eigenschaft, dafs der natürliche Logarithm des Nenners unmittelbar den Exponenten π giebt.

Anmerkung. Um diese beyden Ausdrücke theils unter sich, theils mit der Erfahrung zu vergleichen, mag hier Vers. 182 aus den Bem. üb. den Stofsheber zum Grunde gelegt werden. Es war $T = 0{,}82$ Secunden, also nach §. 24 Anm. $t = 0{,}67 \; T = 0{,}549$ Sec. Die Rechnung giebt $\sigma t = 1{,}1373$ und $e^{\sigma t} = 3{,}1183$. Für VIII erhält man den Nenner $= 1{,}3597$ und $logn \; 1{,}3597 = 0{,}3079 \ldots = \pi$. Die Potenz e^{π} bis auf 4 Dec. Th. entwickelt, giebt $e^{\pi} - 1 = 0{,}3509$. Nun ist

$$\begin{array}{rcl} log \; 0{,}3509 & = & 0{,}5451834 - 1 \\ log \; \Gamma & = & 0{,}0671626 - 2 \\ \hline & & 0{,}6123460 - 3 \\ - \, log \; 1{,}3597 & = & 0{,}1334431 \\ \hline log \; 0{,}003013 & = & 0{,}4789029 - 3 = log \; ws. \end{array}$$

Die Hubhöhe der Steigscheibe $s' = 0{,}0393$ mit a' multiplicirt, giebt $a's'$ oder $s'\pi\varrho^2 = 0{,}000129$ Kubikf. Diese von ws abgezogen, lassen $k = 0{,}002884$ Kubikfufs. Der Versuch gab $k = 0{,}005$ Kubikf.; daher fehlen am Rechnungsresultat noch 2 Kubikzoll für jeden einzelnen Hub. Nimmt man aber darauf Rücksicht, dafs beym Versuch der Contractions-Widerstand in der Leitröhre vielleicht nur halb so grofs seyn mogte, als er ohne die cykloidische Einmündung Fig. 21 der Bemerk. gewesen seyn würde, und gebraucht man bey der Berechnung des Werthes von Γ nun ζ_{II} aus §. 29 Anm., so giebt die Rechnung

$k = 0{,}003676$ Kubikfuſs, also nur noch etwa um 1 Kubikzoll zu klein. Nach der Formel IX erhält man $k = 0{,}0024$ Kubikfuſs, wenn ζ_1 gebraucht wird, also noch etwas kleiner wie vorher.

2. Anmerkung. Zur Vergleichung der hiesigen Formel VIII mit I im §. 27, oder IX im §. 21, kann hier unter andern Vers. 202 der Bem. üb. den Stoſsh. gebraucht werden. Es war $T = \frac{6}{8} = 0{,}75$ Sec., also $0{,}67\, T = t = 0{,}5''$ und zufolge des Versuchs, $k = 0{,}005468$ Kubikfuſs. Die Rechnung giebt einmal $v = 2{,}6$ Fuſs, $e^{\frac{t}{\psi}} = e^{3{,}31}$, $p = 0{,}34$ und $q = 69{,}4$, also $ws = 0{,}0013846$. Hievon $a' s' = 0{,}0000298$ abgezogen, läſst $k = 0{,}001355$ Kubikfuſs, also um 4 Kubikzoll zu klein. Das andere mal erhält man, vermittelst VIII im gegenwärtigen Paragraph, $k = 0{,}0026093$ Kubikfuſs, also ein Minus von 2 bis 3 Kubikzollen. Dagegen giebt eben diese letztere Formel k im 187sten Versuch, welcher im §. 27 zum Grunde liegt, nur 0,0021194 Kubikfuſs, also beynahe um anderthalb Kubikzoll kleiner, als I im §. 27. Es braucht hiebey nicht mehr erinnert zu werden, daſs beyde Formeln ein gröſseres k geben, wenn auf die verminderte Contraction Rücksicht genommen wird, weil dann dort ein kleineres μ, und hier ein kleineres ζ in die Rechnung kommen muſs.

Fünfter Abschnitt.

Von den Abmessungen der einzelnen Theile des Stoſshebers, um die Nutzwirkung so groſs als möglich zu erhalten.

§. 32.

Bey jeder Einrichtung des Stoſshebers wird die Nutzwirkung k desto gröſser, je gröſser die Höhe s des durch das Steigeventil empor getriebenen Wassers ist. Es müssen daher im Allgemeinen alle Gröſsen, von denen s zunächst abhängt, in einem solchen Verhältnisse stehen, daſs, wenn gerade nicht eine gröſste Nutzwirkung Statt finden könnte, der Effect sich doch von einem Minimum so weit als möglich entfernt. Da die Lehre vom Gröſsten und Kleinsten bey den fol-

genden Untersuchungen nicht überall Anwendung leidet: so wird die bloſse Zergliederung der im zweyten bis vierten Abschnitt entwickelten Ausdrücke einige Regeln an die Hand geben müssen, welche zu befolgen sind, um bedeutende Fehler in der Construction dieser Wasserhebungs-Maschine zu vermeiden.

§. 33.

Denkt man sich III im §. 13 mit einem solchen Coefficienten versehen, daſs es einem ganz vollständigen Integral gleicht, und giebt ihm die Gestalt $s = n \frac{Z}{W}$, in welcher Z und W theils die veränderlichen, theils die willkührlichen Gröſsen a, a', a'', h, l, λ u. s. w. enthalten: so hängt die gröſsere Höhe s von dem gröſsern Werthe $\frac{Z}{W}$ ab. Um diesen zu erhalten, muſs

1. die Weite a der Leitröhre die Weite a'' der Steigröhre übertreffen.
2. Der Werth von $v = \frac{c\lambda}{\lambda + \frac{a''}{a} y}$, nach §. 6, erfordert, daſs $c\lambda$ groſs und $\frac{a''}{a} y$ dagegen klein sey. Jenes läſst sich bewerkstelligen, indem die Druckhöhe h mit der Länge der Leitröhre nicht zu klein, dieses, indem die Höhe der Steigröhre oder die Förderungs-Höhe nicht zu groſs, und zugleich (in Übereinstimmung mit 1) die Weite $a > a''$ genommen wird.
3. Es müssen die Gröſsen $\frac{a}{a'}$, $\frac{\lambda}{\sqrt{a}}$, $\frac{l}{\sqrt{a''}}$ und $\frac{l-h}{v^2}$ nur kleine Werthe haben, folglich darf

I. die Öffnung a' des Steigeventils nicht bedeutend kleiner seyn, als a die Weite der Leitröhre;

II. diese letztere gegen ihre Länge nicht zu klein genommen werden;

III. die Steigröhre nicht zu hoch und zu eng, und, welches beynahe dasselbe sagen will,

IV. die Förderungshöhe nicht übermäſsig seyn.

4. Da einige dieser Gröſsen die andern, unmittelbar mit ihnen im Verhältnisse stehenden, einschränken, z. B. $\sqrt{a}$ die Länge λ, die zurücktretende Wassermenge aus der Steigröhre, welche nicht beträchtlich seyn soll, die

Öffnung a' des Steigeventils u. s. w., so würde es nöthig seyn, die Gränzen dieser Abmessungen zu suchen, um ein Gröſstes der aufgetriebenen Wassermenge, und ein Kleinstes des Wasserverlusts zu erhalten.

Anmerkung. Nach II im §. 15 muſs unbedingt v beträchtlich, also h nicht klein, wie auch $a > a''$ seyn. Jedoch erfordern α und β ein Gränzverhältniſs, da $\frac{\beta}{\alpha}$ zugleich als Zugabe und Abzug vorkommt.

§. 34.

In Rücksicht auf $v = \frac{ac\lambda}{a\lambda + a''y}$, unter Num. 2 im §. 33, muſs von Natur $c > v$ seyn. Daher ist $\frac{v}{c}$ ein eigentlicher Bruch, welcher $= u$ gesetzt werden kann, und desto gröſser wird, je weniger v von c unterschieden ist. Ein Gröſstes oder Kleinstes für u muſs daher auch ein solches für v seyn. Die Rechnung giebt

$$\frac{du}{dy} = -\frac{aa''\lambda}{(a\lambda + a''y)^2}; \qquad \text{I.}$$

$$0 = y^2 + \frac{2a}{a''}\lambda y + \frac{a^2\lambda^2}{a''a''}; \qquad \text{II.}$$

$$\frac{d^2u}{dy^2} = +\frac{2a\lambda\,(a\lambda + a''y)\,(a'')^2}{(a\lambda + a''y)^4}. \qquad \text{III.}$$

Aus II erhält man für y zwey negative Werthe, jeden $= -\frac{a}{a''}\lambda$; und weil diese, wegen III, ein Minimum geben, so geht hieraus folgendes Gesetz hervor:

Die Geschwindigkeit nach dem Stoſse fällt am kleinsten aus, wenn die Steigröhre länger genommen wird, als die Leitröhre, nämlich wenn beide Längen sich umgekehrt verhalten, wie die zugehörigen Weiten.

Um also ein Minimum zu vermeiden, darf ein solches Verhältniſs nicht Statt finden. Das geschieht aber natürlich dann, wenn die Bedingung Num. 2 im §. 33 erfüllt wird.

Anmerkung. Daſs hier die Theorie mit der Erfahrung übereinstimme, wird die Vergleichung dieses §. mit §. 18 in den Bem. üb. den Stoſsheber zeigen. Dort

ist $\lambda = l + \frac{2(l-h)}{h}$ oder $\lambda : l = \left(\frac{2l}{h} - 1\right) : 1$, und §. 19 $a : a'' = 2 : 1$, als ein vortheilhaftes Verhältniſs angegeben.

§. 35.

Eine gröſsere Öffnung des Steigeventils erleichtert zwar das Eindringen des Wassers in die Steigröhre oder den Windkessel; aber es tritt auch durch sie desto mehr Wasser in die Leitröhre zurück. Daher ist die Frage, ob eine Gränze der Öffnung a' gefunden werden könne, bey welcher ein Gröſstes der Wirkung Statt findet.

Sind a, a'', h, l und λ constant, so ist auch v nicht veränderlich, und man kann in dem Ausdruck IV. §. 13 die Öffnung a' allein als veränderlich ansehen. Wird $0{,}000256\, a^2 v^2 = \Delta$; $0{,}0495\, a^2 a'' = \Sigma$; $0{,}00044\, a'' \left(\frac{\lambda}{\sqrt{a}} + \frac{l}{\sqrt{a''}}\right) + \frac{l-h}{v^2} a'' = \Pi$ gesetzt: so ist

$$k = \frac{\Delta (a')^2}{\Sigma + \Pi (a')^2} - a' s'; \qquad \text{I.}$$

$$\frac{dk}{da'} = \frac{2a'\Delta\Sigma - s'(\Sigma + \Pi a' a')^2}{(\Sigma + \Pi a' a')^2}; \qquad \text{II.}$$

$$0 = (a')^4 + \frac{2\Sigma}{\Pi}(a')^2 - \frac{2\Delta\Sigma}{\Pi^2 s'} a' + \frac{\Sigma^2}{\Pi^2}; \qquad \text{III.}$$

$$\frac{d^2k}{(da')^2} = \frac{2\Delta\Sigma(\Sigma + \Pi a' a')^2 - 8\Delta\Sigma\Pi(\Sigma + \Pi a' a')^2 (a')^2}{(\Sigma + \Pi a' a')^4}. \qquad \text{IV.}$$

Soll III ein Gröſstes geben, so muſs IV negativ seyn, oder die einzelnen Theile im Zähler mit einander verglichen

$$\frac{\Sigma}{\Pi (a')^2} < 2 + \frac{3\Pi}{\Sigma} a' a' \qquad \text{V.}$$

geben. Durch Einführung der obigen Werthe entsteht aus Num. V der Ausdruck

$$\frac{0{,}0495\, a^2}{a'a'\left[0{,}00044\left(\frac{\lambda}{\sqrt{a}} + \frac{l}{\sqrt{a''}}\right) + \frac{l-h}{v^2}\right]} < 2 + \frac{3a'a'\left[0{,}00044\left(\frac{\lambda}{\sqrt{a}} + \frac{l}{\sqrt{a''}}\right) + \frac{l-h}{v^2}\right]}{0{,}0495\, a^2}. \text{VI.}$$

Bleibt in VI der erste Theil < 2, so ist alles auf der rechten Seite des $<$ Zeichens befindliche gewiſs gröſser, als jener, und IV negativ, also III ein Maxi-

mum. Aber damit in VI der Theil linkerhand < 2 werde, mufs fürs Erste $0{,}0495$ bedeutend kleiner als $0{,}00044 \left(\frac{\lambda}{\sqrt{a}} + \frac{l}{\sqrt{a''}}\right) + \frac{l-h}{v^2}$, und fürs Zweyte a^2 nicht viel gröfser als $a'a'$, das ist a' nicht viel kleiner als a seyn. Eine Bedingung, die mit 3, I. §. 33 übereinstimmt, und sich durch Auflösung des hiesigen III näher erörtern läfst.

Giebt man nämlich, durch Abkürzung der Coefficienten, Num. III die bekannte Form

$$(a')^4 + \alpha(a')^3 + \beta(a')^2 + a'(-\gamma) + \delta = 0 \qquad \text{VII.}$$

und setzt wiederum

$$\text{VII} = (a'^2 + \tfrac{1}{2}\alpha a' + x)^2 - (y a' + z)^2 = 0, \qquad \text{VIII.}$$

so erhält man

$(a')^4 + \alpha(a')^3 + (2x + \frac{1}{4}\alpha^2 - y^2)(a')^2 + (\alpha x - 2yz)a' + (x^2 - z^2) = 0$ oder, da in III der Coefficient $\alpha = 0$ gesetzt werden mufs,

$$(a')^4 + (2x - y^2)(a')^2 - 2yza' + (x^2 - z^2) = 0. \qquad \text{IX.}$$

Num. VII und IX mit einander verglichen, geben

1. $2x - y^2 = \beta$, das ist $\sqrt{(2x - \beta)} = y$;
2. $-2yz = -\gamma$, also $\frac{\gamma}{2z} = y$;
3. $x^2 - z^2 = \delta$, folglich $\sqrt{(x^2 - \delta)} = z$.

Durch Verbindung von 1 und 2 erhält man $\sqrt{(2x - \beta)} = \frac{\gamma}{2z}$, und durch Substitution des Werthes von z aus 3, den Ausdruck $\sqrt{(2x - \beta)} = \frac{\gamma}{2\sqrt{(x^2 - \delta)}}$, oder die kubische Gleichung

$$x^3 - \tfrac{1}{2}\beta x^2 - \delta x + \tfrac{1}{2}\beta\delta = 0. \qquad \text{X.}$$

Wird in X jetzt $n + \frac{1}{6}\beta = x$ gesetzt, und gehörig substituirt: so entsteht eine neue Gleichung vom dritten Grade:

$$n^3 - (\tfrac{1}{12}\beta^2 + \delta)\, n - (\tfrac{1}{6}\beta + \tfrac{1}{108}\beta^3 - \tfrac{1}{2}\beta\delta) = 0$$

oder, nach der Ordnung der Glieder die Coefficienten abgekürzt,

$$n^3 - f n - g = 0. \qquad \text{XI.}$$

Aus XI erhält man bekanntermafsen

$$n = \sqrt[3]{\frac{g + \sqrt{(g^2 - \frac{4}{27}f^3)}}{2}} + \sqrt[3]{\frac{g - \sqrt{(g^2 - \frac{4}{27}f^3)}}{2}}: \qquad \text{XII.}$$

folglich aus XII auch $x = n + \frac{1}{6}\beta$, ferner z aus 3, und endlich y aus 2. Diese Werthe in VIII eingeführt, machen die quadratische Gleichung auflöslich $(\alpha')^2 - y\alpha' + \frac{1}{4}y^2 = \frac{1}{4}y^2 + z - x$, XIII.
aus welcher $a' = \frac{1}{2}y + \sqrt{(\frac{1}{4}y^2 \pm z - x)}$ gefunden wird.

§. 36.

Hier schliefst sich unmittelbar die Frage an, ob in Hinsicht der Höhe s', zu welcher die Ventilscheibe gehoben wird, eine Abmessung Statt finde, durch welche k ein Gröfstes werden könne. Die hierauf Bezug habenden Gleichungen sind: $k = a''s - s'\pi\varrho^2$ und $k = ws - s'\pi\varrho^2$, aus denen sich aber geradezu weder ein Maximum noch ein Minimum ableiten läfst. Jedoch erhellet aus $\frac{a''s - k}{\pi\varrho^2} = s'$, dafs, wenn hier $k = 0$ gesetzt wird, $a'' : \pi\varrho^2 = s' : s$ oder $a'' : a' = s' : s$, also ein umgekehrtes Verhältnifs der Grundflächen zu den Höhen entsteht, aus welchem sich rückwärts folgern läfst, dafs unter dieser Bedingung $k = 0$ werden würde. Daher dürfen die eben genannten Gröfsen sich einem solchen Verhältnisse nicht nähern.

Anmerkung. Die Frage, bey welcher Steighöhe l die Gröfse $s = 0$ werde, wie lang man also wohl die Steigröhre überhaupt nehmen könne, läfst sich für einen Stofsheber der erstern Art gar nicht, für einen Stofsheber mit einem Windkessel aber aus der Gleichung $0 = Ap - Bp^2$ beantworten. Vergl. §. 20, II und §. 21. Nach §. 31, I mufs $s = 0$ seyn, wenn $e^{-\pi} = 1$ wird. Das geschieht aber nie, weil $\pi = \frac{q}{a\lambda\zeta}$ nicht anders $= 0$ werden kann, als dafs der Nenner in dem letzten Bruche aufhört, eine endliche Gröfse zu seyn, welches unmöglich ist.

§. 37.

Es kann durchaus nicht gleichgültig seyn, wie grofs der kubische Inhalt eines Windkessels oder die Verdichtung der eingeschlossenen Luft genommen wird. Daher entsteht die Frage, ob sich ein Verdichtungsgrad

$$\frac{b\aleph + l}{1 - x\,\frac{b\aleph + l}{bf\aleph}} = \frac{bf\aleph(b\aleph + l)}{bf\aleph - x(b\aleph + l)}$$

angeben

angeben läſst, bey welchem die Nutzwirkung k ein Gröſstes werden muſs. Es ist hiebey nöthig, aus den vorhandenen Formeln einige veränderliche Gröſsen wegzuschaffen, damit sie bloſse Functionen von w, f oder k werden. Dies läſst sich ungefähr auf folgende Weise bewerkstelligen.

1. Nach §. 18, 2 gab die bis oben mit Wasser angefüllte Steigröhre die Höhe der über dem Boden des Windkessels stehenden Flüssigkeit $= n = \frac{fl}{bg+l}$, und der Verdichtungsgrad war dann $= \frac{f}{f-n} = 1 + \frac{l}{bg}$.
2. Kam noch eine neue Wasserhöhe $= x$ hinzu, so vergröſserte sie die Verdichtung der Luft bis auf $\frac{f}{f-(n+x)} = \frac{f}{f - \frac{fl}{bg+l} - x}$.
3. Verhalten sich die Verdichtungsgrade wie die drückenden Gewichte, und diese wie die Höhen der Wassersäulen über einerley Grundfläche, so ist

$$\frac{f}{f-n} : \frac{f}{f-(n+x)} = l : L, \text{ und } L = \frac{l}{1 - x\left(\frac{bg+l}{bfg}\right)}. \qquad \text{I.}$$

4. Da L die Höhe einer mit Wasser angefüllten Steigröhre vorstellt, bey welcher die Dichtigkeit der eingeschlossenen Luft $= \frac{f}{f-(n+x)}$ ist, so hat man, zufolge der Ähnlichkeit, nach Num. 1. die Gleichung

$$1 + \frac{L}{bg} = \frac{f}{f-(n+x)}, \qquad \text{II.}$$

aus welcher noch ein zweyter Werth von

$$L = \frac{bg(n+x)}{f-(n+x)} \qquad \text{III.}$$

erhalten wird.

5. Die Nutzwirkung des einzelnen Hubes in rheinländischen Kubikfuſsen war $k = wx - s'\pi\varrho^2$, folglich

$$x = \frac{k + s'\pi\varrho^2}{w}; \qquad \text{IV.}$$

und wenn dieser Werth in die Gleichung Num. 2. eingeführt wird,

$$\frac{f}{f-(n+x)} = \frac{f}{f - \frac{fl}{bg+l} - \left(\frac{k+s'\pi\varrho^2}{w}\right)}. \qquad \text{V.}$$

6. Setzt man die Verdichtungszahl, welche aus irgend einem recht vortheilhaften Versuche genommen werden kann, $= n$, so ist $n =$ der Gröſse Num. V. Daher

$$w = \frac{k + s' \pi \varrho^2}{f\left(1 - \frac{1}{n} - \frac{l}{b\,8 + l}\right)}. \quad \text{VI.}$$

woraus die folgende Proportion entsteht:

$$f : 1 = \frac{k + s' \pi \varrho^2}{1 - \frac{1}{n} - \frac{l}{b\,8 + l}} : w, \quad \text{VII.}$$

vermittelst welcher des Windkessels Höhe $= f$ oder Weite im Quadratmaaſs $= w$ bestimmt werden kann, wenn eine von beyden Gröſsen willkührlich angenommen, und alles Übrige vorgeschrieben worden ist.

*§. 38.

Da die Weite des Windkessels einen sehr wesentlichen Einfluſs auf die Geschwindigkeit hat, mit welcher das eindringende Wasser die eingeschlossene Luft verdichtet, und diese Verdichtung, folglich auch der Effect k desto geringer ausfallen muſs, je kleiner die auf den Windkessel übertragene Geschwindigkeit $\frac{av}{w}$ ist: so scheint es, ein recht enger Windkessel sey allemal förderlicher, als ein weiter. Aber gleichwohl giebt die Rechnung kleinere Resultate, wenn die Weite w ein gewisses Maaſs nicht erreicht. Der Grund hiervon liegt darin, daſs k das Product der Höhe s in die Grundfläche eines Wassercylinders $ws - s' \pi \varrho^2$ ist. Dieser Körper muſs desto kleiner ausfallen, je kleiner die Grundfläche $w - \pi \varrho^2$ oder $w - a'$ wird, weil nämlich die Höhe s nicht in dem Maaſse wachsen kann, wie die Grundfläche w sich verkleinert. Es wäre daher nöthig, für w unabhängig von VI und VII im §. 37 eine Gränze zu suchen, wo k ein Gröſstes werden kann. Aber keine in den vorhergehenden Abschnitten vorkommende Formel eignet sich hierzu, Num. III. im §. 31 etwa ausgenommen.

Da k und w in derselben die beiden veränderlichen Gröſsen sind, und ξ eine Function von w ist, wobey dort in II. der unveränderliche Theil $= \mu$, und $0{,}0077 \left(\frac{a}{\pi(r^2 - \varrho^2)}\right)^2 = \frac{a^2 \psi}{(w - a')^2}$, also $\xi = \mu + \frac{a^2 \psi}{(w - a')^2}$ gesetzt werden kann: so lassen sich folgende Abkürzungen machen, um die ganze Rechnung leichter zu übersehen.

Es sey in III. §. 31 der ganze Coefficient für $\frac{1}{w\xi} = E$, ferner $2a^2\psi = 2\alpha$, und $\mu + a^2\psi = \beta$; die Function $w^2[\mu(w-a')^2 + \alpha^2]^2 = W$, endlich auch $8w^2\mu(w-a')[\mu(w-a')^2 + \alpha^2]^3 + 4w^3[\mu(w-a')^2 + \alpha^2]^4 = W'$: so giebt die erste Differentiation

$$\frac{dk}{dw} = E \cdot \frac{2\alpha(w-a') - \beta(w-a')^4}{w^2[\mu(w-a')^2 + \alpha^2]^2}, \qquad \text{I.}$$

und die zweyte

$$\frac{d^2k}{dw^2} = E \cdot \frac{[2\alpha - 4\beta(w-a')^3]w^2 W + [\beta(w-a')^4 - 2\alpha(w-a')]W'}{w^4[\mu(w-a')^2 + \alpha^2]^4}. \qquad \text{II.}$$

Vergleicht man W mit W', so entsteht der Ausdruck

$$\frac{W}{W'} = \frac{1}{[\mu(w-a')^2 + \alpha^2] \cdot [8\mu(w-a') + 4w(\mu(w-a')^2 - \alpha^2)]}. \qquad \text{III.}$$

Angenommen, daſs II negativ sey, so folgt aus I ein gröſstes k, und

$$w = a' + \sqrt[3]{\frac{2\alpha}{\beta}}. \qquad \text{IV.}$$

Indessen ist aus III schon abzusehen, daſs II nicht negativ seyn könne; denn wenn die Glieder, in welchen α enthalten ist, miteinander verglichen werden, so leuchtet es zwar ein, daſs das negative von beiden das gröſsere seyn müsse. Dagegen ist aber auch von den beiden Gliedern, in welchen β vorkommt, das positive um so viel gröſser, als das negative, daſs der Unterschied der beiden vorigen völlig aufgehoben wird. Es kann daher von IV keine gröſste Nutzwirkung k erwartet werden; und hiermit stimmen angestellte Rechnungen ganz überein.

Anmerkung. Wenn die im §. 27 Num. 1. vorkommenden Werthe hier in IV gebraucht werden, so giebt die Rechnung w nur $=$ 0,008 Quadratfuſs, welches gar keine Nutzwirkung hervorbringen kann.

§. 39.

Obgleich auf rein theoretischem Wege die vortheilhaftesten Verhältnisse der einzelnen Theile des Stoſshebers nicht mit Bestimmtheit ausgemittelt werden können, und die Lösung dieser Aufgabe der vergleichenden Erfahrung anheim gestellt bleiben muſs, so werden die vorhergehenden Untersuchungen doch dienen, auf diejenigen Verhältnisse aufmerksam zu machen, welche eine besondere Berücksichtigung erfordern, wenn es etwa zukünftigen Experimentatoren gefallen sollte, mit dem Stoſsheber im Groſsen noch belehrende Versuche anzustellen.

Mögen übrigens auch die rein theoretischen Resultate über die Nutzwirkung dieser Maschine von denjenigen, welche durch Versuche gefunden worden sind, etwas abweichen, so geht doch aus dem dritten und vierten Abschnitt hervor, daſs kein theoretischer Grund vorhanden sey, die Brauchbarkeit des Stoſshebers, besonders wenn er mit einem Windkessel und mit guten Scheibenventilen versehen ist, in Zweifel zu ziehen.

Anmerkung. Herr Hofr. Langsdorf verspricht sich sehr wenig von der Wirkung des hydraulischen Stöſsers, wie er diese Maschine im 17ten Kap. seiner Grundlehren der mechan. Wissenschaften (Erlangen 1802) nennt. Indessen ist die dortige Theorie nicht erschöpfend genug, um über eine andere, als gerade die unvortheilhaftere Einrichtung eines solchen Hebers, entscheiden zu können.

§. 40.

Der wesentlichsten Erfordernisse, durch diese Maschine eine bedeutende Nutzwirkung im Groſsen zu erhalten, sind zwey, nämlich eine nicht unbeträchtliche Druckhöhe, und ein reichlicher Wasserzufluſs. Wenigstens muſs dieser letztere das ersetzen, was jener etwa abgehen sollte. Denn bey niedrigen Druckhöhen sind entweder mehrere einfache, oder auch wohl etliche doppelte Stoſsheber, wie sie in den Eytelweinschen Bemerkungen S. 93, §. 21 und Taf. III Fig. 24 angegeben werden, anzuwenden. Folglich ist dann ein bedeutender Zufluſs von Wasser um so nöthiger. Diese beiden Bedingungen werden also, abgesehen von den Kosten, mehrentheils über die Frage entscheiden können, ob sich eine Verbindung von etlichen Stoſshebern, oder irgend eine andere Wasserhebungs-Maschine, mit gröſserm Vortheil anlegen lasse. Doch kommt es bey einer ansehnlichen Druckhöhe sowohl, als bey einem reichlichen Zuflusse von Wasser, immer noch darauf an, daſs in den Abmessungen der Bestandtheile jedes einzelnen Stoſshebers alle Miſsverhältnisse sorgfältigst verhütet werden. Denn ohne diese Vorsicht würde man, selbst am gelegensten Ort und bei hinreichendem Wasservorrath, die zur Erbauung nöthigen Kosten doch vergebens anwenden, und seine Erwartungen getäuscht sehen.

Der folgende Anhang mag zum Beweise dienen, wie leicht Fehler, obgleich sie nicht sonderlich in die Augen fallen, den Zweck dieser Maschine ganz vereiteln können.

A n h a n g.

Ungefähr um dieselbe Zeit, als der Kön. Pr. Geheime Oberbaurath, Herr Eytelwein in Berlin, seine lehrreichen Versuche mit zwey metallenen Stofshebern angestellt hat, sind auch in Königsberg in Preufsen von dem damaligen Regierungs-Rathe Hrn. Schulz (nachmaligem Regierungs-Director in Gumbinnen) Versuche dieser Art mit einem Stofsheber angestellt worden, dessen Leitröhre von Holz, die Sperrklappe und übrigen Theile dagegen von Metall waren. Man benutzte zu jenem Behuf das Wasser eines Fliefses, welches von einem Sammelteiche aufserhalb der Wälle durch die Stadt in den Pregel geht. Die Absicht, in welcher die damaligen Versuche angestellt wurden, war beyläufig zu untersuchen, ob diese hydraulische Maschine sich würde mit einigem Vortheil zur Bewässerung von Wiesen anwenden lassen. Da die Höhe, auf welche das Wasser zu diesem Behuf gefördert werden mufs, gewöhnlich nur sehr geringe zu seyn pflegt: so stand zu erwarten, dafs der Versuch jener Absicht entsprechen würde. Es fand aber das Gegentheil Statt, und diesem Erfolge nach zu urtheilen, mufste man glauben, dafs der Stofsheber, als Wasserhebungs-Maschine, wenig Empfehlung verdiene. Da nun eine solche Schlufsfolge gewifs unrichtig ist, wenn anders die im §. 40 der vorhergehenden Abhandlung angegebenen Bedingungen erfüllt werden: so dürfte vielleicht der Theorie ein Dienst geschehen, wenn die Ursachen ins Licht gesetzt werden, um welcher willen der in Königsberg beabsichtigte Erfolg fehl schlagen mufste. Zu dem Ende sollen hier nicht nur die Verhältnisse der einzelnen Theile und die Gestalt jenes Stofshebers im Profilrisse nach einer noch vorhandenen treuen

Zeichnung angegeben, sondern auch die Fehler nachgewiesen werden, um welcher willen die Wirkung der Maschine fehl schlagen mufste.

I. Innere Einrichtung jener Maschine.

	Fufs		Zoll	
1. Die Leitröhre *B E M C* Fig. 2, viereckig aus zweyzölligen Bohlen mit eisernen Reifen und Schrauben zusammengezogen, hatte eine Länge von	16	Fufs	4,5	Zoll
- Weite -	0	—	6	—
a. die trichterförmige Einmündung eine Länge von	1	—	0	—
gröfste Weite	1	—	4	—
b. der erste Einsatz der Leitröhre war lang	7	—	8,5	—
c. der zweyte	8	—	8	—

Das Röhrenstück *S T V W* umgab *b* und *c*, um die Fuge wasserdicht zu machen.

d. der Kropf *E G H N M* mit der kupfernen Klappe *Q N* hatte eine Länge von	1	—	5,25	—
- - Weite -	0	—	8	—

Die Schraube *R* diente zur Befestigung eines (überflüssigen) Gewichts, welches beym Gebrauch der Maschine weggenommen werden mufste. Die Schraube *O* hingegen diente zur Unterstützung der Sperrklappe, damit sie nicht ganz niederfiel. Dabey wurde *P* noch als Gegengewicht angebracht, um dem (äufserst schwachen) Stofswasser beym Zuschlagen des Sperrventils zu Hülfe zu kommen.

e. die Höhe des untern Randes vom Steigeventil über der obern Gränzlinie *E H* des Kropfes betrug	0	—	4	—
über der Axe der Leitröhre	0	—	8	—
f. die Weite des cykloidisch verengerten, nach der Öffnung des Steigeventils hinführenden, Aufsatzes *E I G* am Kropfe	0	—	6	—
g. die Weite (der Durchmesser) der Öffnung am Steigeventil	0	—	4,75	—
2. Der Durchmesser des Windkessels hatte	0	—	9,5	—
die Höhe desselben betrug	1	—	1,75	—

3. Die Höhe der Steigröhre wechselte von	20	Fuſs	0	Zoll
bis auf	10	—	0	—
und	1	—	0	—
ihr Querschnitts-Durchmesser hatte	0	—	1	—
ihr Abstand vom Boden des Windkessels betrug .	0	—	3	—

II. Lage der Maschine an ihrem Aufstau und Wirkungen derselben.

Das Flieſs ist auf dem sogenannten Königs-Garten, wo der Versuch angestellt worden, etwa 5 bis 6 Fuſs breit, und führt im Sommer 2 bis 3 Fuſs tiefes Wasser, mit einer Geschwindigkeit von ungefähr 0,7 rheinl. Fuſs in der Secunde. Man hatte es damals dergestalt aufgestauet, daſs, indem das Unterwasser über der untern Röhrenwand *C M* nur 1 Zoll hoch stand, das Oberwasser ein Gefälle von nicht mehr als 9 Zoll hatte, das heiſst 10 Zoll hoch über dem Boden der Leitröhre stand, und folglich der obere Rand *A* von der Einmündung derselben aus dem Wasser noch hervorragte. Man erwartete (jedoch mit Unrecht) daſs die Maschine das Wasser über zwanzig Fuſs heben würde. Aber es konnte nicht 10 Fuſs zum Steigen gebracht werden, sondern quoll ununterbrochen bloſs dann aus der Steigröhre, wenn die letztere nicht höher als einen Fuſs lang aus dem Windkessel hervorstand. Kurz! die Wirkung dieser Maschine war unter aller Erwartung schlecht.

Es gehört indessen wenige Bekanntschaft mit der bessern Einrichtung und Anlegung eines Stoſshebers dazu, um die bedeutenden Fehler zu entdecken, welche hier theils in Hinsicht der Construction, theils in Hinsicht der Lagerung begangen wurden.

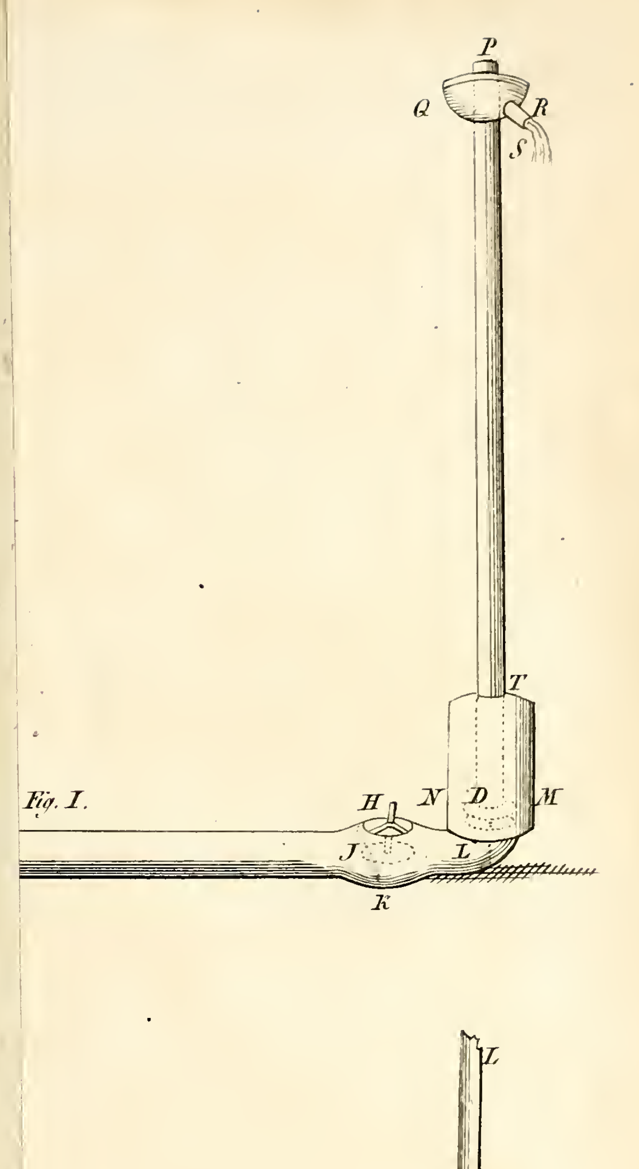
1. Was die Constructions-Fehler betrifft, so war die Klappe des Sperrventils darum, weil ihr Scharnier unten bey *N*, und nicht oben bey *H* angebracht wurde, ein beständiges Hinderniſs, nämlich ein Aufstau für das durchflieſsende Wasser, weſshalb es niemals die zu der vorhandenen, obwohl schon an sich sehr geringen Druckhöhe gehörige Geschwindigkeit erlangen konnte. Dabey muſste sich aller Sand und Schlamm, welcher durch die Leitröhre ging, hinter der Klappe anlegen, und eben dadurch dem Scharnier in seiner Bewegung hinderlich werden. Diese Fehler lieſsen

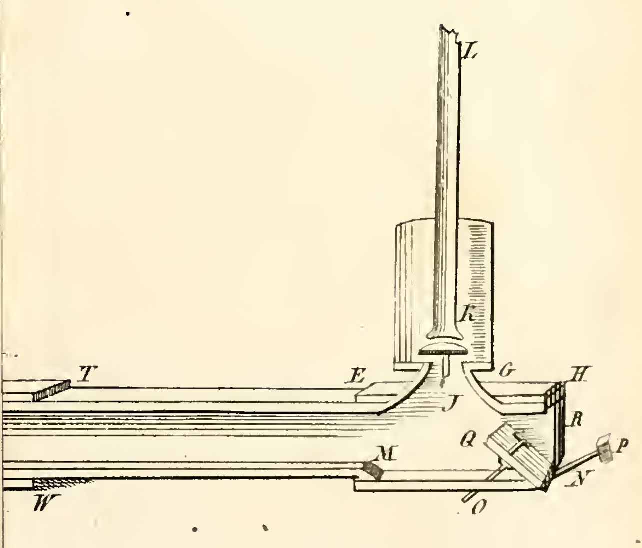
sich durch die umgekehrte Stellung der Klappe sämmtlich beseitigen, und zugleich der Vortheil zu Wege bringen, daſs das Wasser im Kropf, an der zugeschlagenen schräge liegenden Klappe, mit mehr Kraft gegen die Öffnung des Steigeventils getrieben wurde. Diese Öffnung selbst lag viel zu hoch, und verursachte den Hauptfehler an der ganzen Maschine. Denn der sich nach oben verengernde Raum *E I G* diente zu weiter nichts, als zu einem Sammelplatze für nachtheilig wirkende Luft, welche eines Theils durch ihre Dazwischenkunft den Wasserstoſs gegen die Scheibe des Steigeventils beträchtlich schwächte, und andererseits mit jedem Hube häufig in den Windkessel eindrang, diesen überfüllte, und, in die Steigröhre tretend, hier die Wasser-Säule auf die Art unterbrach, wie es in der Steigröhre der Spiralpumpe der Fall ist. Ein Ereigniſs, welches beym Stoſsheber die zu erwartende Menge des in einer gegebenen Zeit förderbaren Wassers offenbar vermindert. Um diesen sehr nachtheiligen Fehler zu vermeiden, muſste der Boden des Windkessels mit dem Steigeventil soweit herabgesenkt werden, daſs er 4 Zoll unter die obere Bohlenfläche *E H*, oder welches einerley ist, nur 3 Zoll über die centrische Linie (Axe) der Leitröhre zu liegen kam. Alsdann schlug das Stoſswasser unmittelbar gegen die Scheibe des Steigeventils, und die im Windkessel eingeschlossene Luft wurde durch eindringendes Wasser, nicht aber durch eindringende Luft (welche nicht in die Höhe gefördert werden sollte) verdichtet. Überhaupt gehört es zu den wesentlichsten Erfordernissen bey dieser Maschine, die Einrichtung so zu treffen, daſs während ihres Spiels nur Wasser in den Windkessel getrieben werde; und der Eintritt von Luft ist hier eben so zweckwidrig, als bey einer Feuerspritze, von welcher ein Wasserstrahl und nicht ein Luftstrahl aus der Förderungsröhre verlangt wird. Schon diese zwey hier aufgedeckten Constructions-Fehler des in Rede stehenden Stoſshebers waren mehr als hinreichend, jede sonst mögliche Nutzwirkung zu vereiteln, wenn auch auſser diesen keine anderen Fehler, z. B. Rauhigkeit der innern Fläche, Mangel an vollkommener Dichtigkeit der Fugen u. d. gl. vorhanden gewesen wären.

2. Eben so fehlerhaft war auch die Lage jener Maschine im Wasser. Denn hätte man die untere Bodenfläche der Leitröhre auf das Grundbette des Flieſses

Fliefses, also 2 bis 3 Fufs unter Wasser gelegt, und dieses letztere noch 9 Zoll hoch aufgestauet: so würde für die mittlere Geschwindigkeit in der Leitröhre eine Druckhöhe von wenigstens 2,5 Fufs hervorgebracht worden seyn. Und mit dieser hätte gewifs etwas ausgerichtet werden können, da sich das Wasser vermittelst gut gearbeiteter Modelle, deren Leitröhre kaum einen Quadratzoll weit ist, bey einer Druckhöhe von einem einzigen Fufs auf eine Höhe von 7 bis 8 Fufs heben läfst. Wenn gleich das Einsenken der Leitröhre in stillstehendes Unterwasser nachtheilig ist, weil dann ein Theil der Druckkraft angewandt werden mufs, ein Hindernifs aus dem Wege zu räumen, damit das ausfliefsende Wasser aufserhalb der Leitröhre Platz finde: so war doch dieses Hindernifs nicht in einem Fliefs zu berücksichtigen, wo das Wasser, auch bey einem sehr niedrigen Stande, noch immer Gefälle genug behielt, um abzufliefsen, und die beschleunigende Kraft in der Maschine nicht zu belästigen. Überhaupt vernachlässigte man bey jenen Versuchen alles, wodurch sich die Geschwindigkeit des anschlagenden Wassers hätte vergröfsern lassen. Denn dadurch, dafs die Leitröhre zum Theil über das Druckwasser zu liegen kam, konnte diesem letztern keine andere Geschwindigkeit zu Theil werden, als die es von dem natürlichen Gefälle des Fliefses bekam. Aber diese Geschwindigkeit wurde noch vollends durch die übel angebrachte Sperrklappe vermindert, und blieb, wenn sie im Freyen 0,7 Fufs in einer Secunde war, in der durch das fehlerhafte Sperrventil verengten, und in einen Aufstau oder Überfall verwandelten Leitröhre kaum halb so grofs. Unter solchen Umständen war es ganz unvermeidlich, dafs die beabsichtigte Wirkung fehl schlug. Aber jene mifslungenen Versuche berechtigten auch eben defshalb weder den Experimentator noch den Zuschauer, über den Werth der Stofsheber im Allgemeinen ein nachtheiliges Urtheil zu fällen.

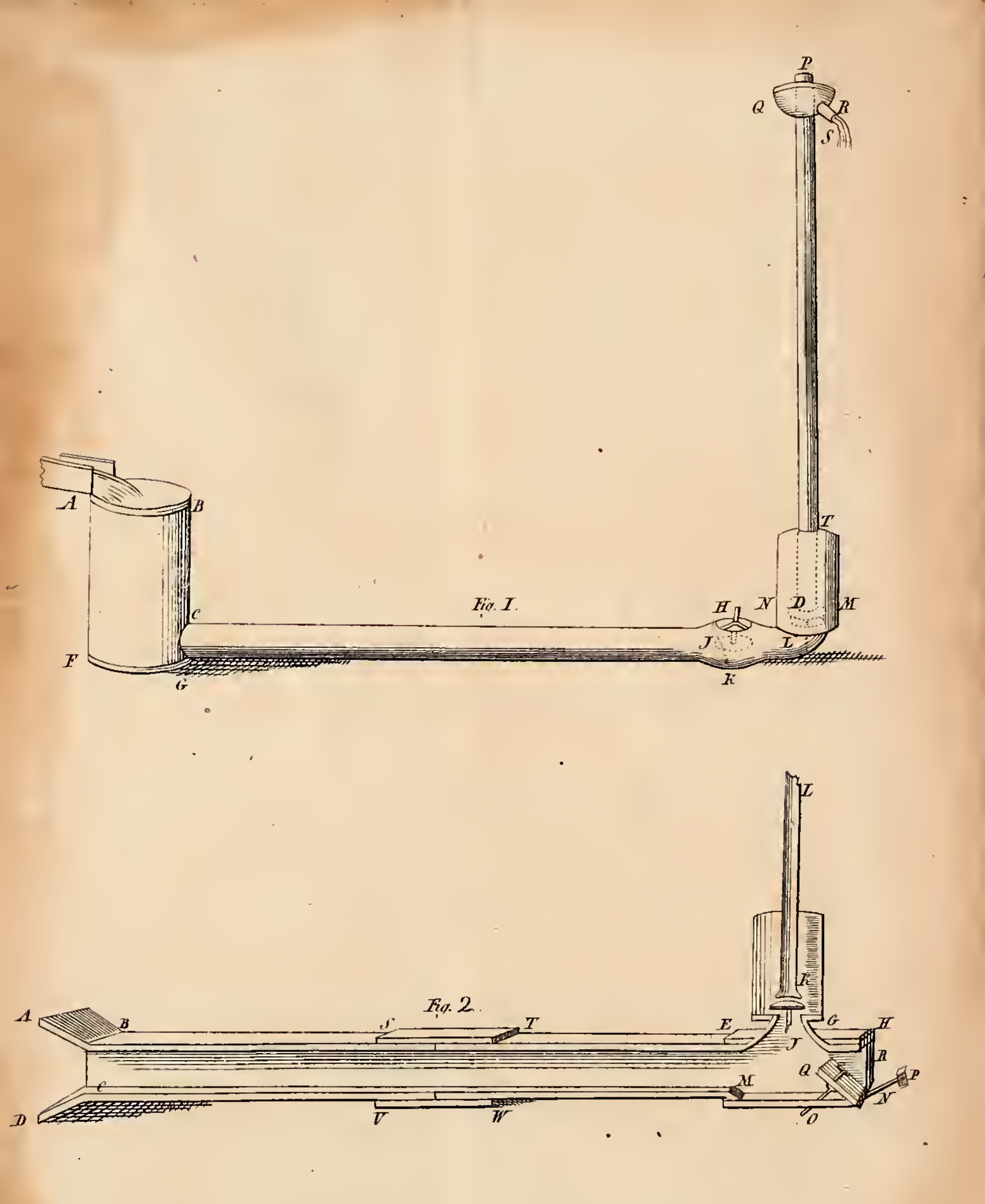






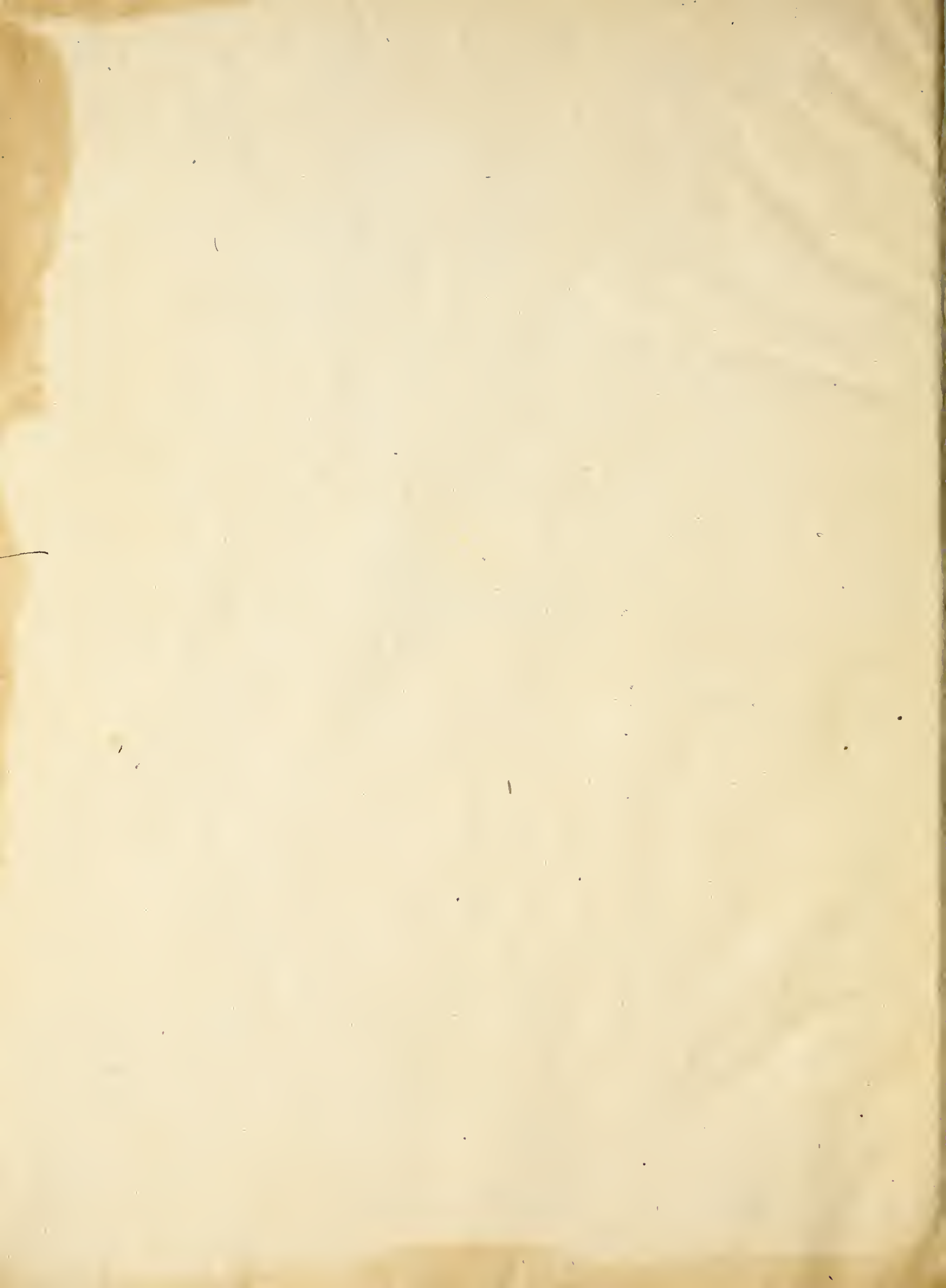
Stosshebers





Zur Theorie des Stosshebers








UNIVERSITY OF ILLINOIS-URBANA
3 0112 081969989